

Υπολογισμός Βαρυτικών και Σεισμικών Ωθήσεων Γαιών με Χρήση Βελτιωμένων Μηχανισμών Οριακής Ισορροπίας

Determination of Gravitational and Seismic Earth Pressures by Improved Limit Equilibrium Failure Mechanisms

ΚΛΟΥΚΙΝΑΣ, Π. Πολιτικός Μηχανικός, Μεταδιδάκτωρ Ερευνητής, Παν. Bristol
ΦΟΗ, Α-Μ. Πολιτικός Μηχανικός, Μεταπτυχιακή Φοιτήτρια, Π.Π.
ΜΥΛΩΝΑΚΗΣ, Γ.Ε. Πολιτικός Μηχανικός, Καθηγητής, Π.Π.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ : Παρουσιάζεται κινηματική λύση του τύπου της Οριακής Ισορροπίας για τον υπολογισμό παθητικών και ενεργητικών ωθήσεων σε τοίχους αντιστήριξης υπό συνδυασμένη βαρυτική και σεισμική φόρτιση. Οι μηχανισμοί αστοχίας αποτελούνται από ευθύγραμμα τμήματα και λογαριθμικές σπείρες και επιλέγονται ώστε να ικανοποιούν τις συνοριακές συνθήκες των τάσεων. Η παρούσα ανάλυση καταλήγει σε εύχρηστες μαθηματικές σχέσεις κλειστής μορφής. Η ακρίβεια των προβλέψεων της είναι ιδιαίτερα ικανοποιητική, όπως προκύπτει από συγκρίσεις με καθιερωμένες λύσεις της βιβλιογραφίας.

ABSTRACT : An upper bound limit equilibrium solution is presented for determining passive and active earth pressures on retaining walls under combined gravitational and earthquake loading. The failure mechanisms are formed by combinations of planar and log-spiral surfaces, pre-specified to satisfy the stress boundary conditions of the problem. The proposed analysis yields closed-form expressions, which provide satisfactory accuracy, as indicated by extensive comparisons against established solutions from the literature.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Βασικό στοιχείο του σχεδιασμού των συμβατικών τοίχων αντιστήριξης έναντι βαρυτικών και σεισμικών φορτίων παραμένει διαχρονικά ο προσδιορισμός των εδαφικών ωθήσεων. Η σημασία των απλοποιημένων ψευδοστατικών μεθόδων δεν έχει καθόλου υποβαθμιστεί με την εμφάνιση των σύγχρονων αντιλήψεων σχεδιασμού (επιτρεπόμενες μετακινήσεις, επιτελεστικότητα), καθώς και στις σύγχρονες μεθόδους είναι απαραίτητη η πρόβλεψη του φορτίου διαρροής και της αντίστοιχης κρίσιμης επιτάχυνσης πάνω από την οποία αναπτύσσονται οι μόνιμες μετακινήσεις.

Η ανάγκη για ασφαλείς, πλην όμως οικονομικές κατασκευές αντιστήριξης, επιβάλλει τον ακριβέστερο δυνατό υπολογισμό των δράσεων σχεδιασμού. Υπό αυτό το πρίσμα, έχει αρχίσει να αμφισβητείται η καταλληλότητα των δημοφιλών κλασικών εξισώσεων των Coulomb (1776) και Mononobe – Okabe (Okabe, 1926; Mononobe & Matsuo, 1929) για τον υπολογισμό βαρυτικών και σεισμικών εδαφικών ωθήσεων γαιών. Τα τελευταία χρόνια έχει αναπτυχθεί πληθώρα λύσεων άνω ορίου, με βελτιωμένους μηχανισμούς αστοχίας, οι οποίες βελτιώνουν την ακρίβεια των προβλέψεων των κλασικών λύσεων, όμως δεν οδηγούν σε κλειστές μαθηματικές εκφράσεις, αλλά σε πολυπαραμετρικές εξισώσεις που απαιτούν αριθμητική βελτιστοποίηση (Chen & Liu, 1990; Soubra, 2000; Shamsabadi et al, 2013). Το ίδιο πρόβλημα εμφανίζεται και στις ακριβέστερες αναλύσεις με τη μέθοδο των γραμμών διαρροής η οποία επίσης επιλύεται αριθμητικά. (Caquot & Kerisel, 1948; Sokolovskii, 1965;

Kerisel & Absi, 1990, Cheng, 2003). Επίσης έχουν προταθεί προσεγγιστικές λύσεις κάτω ορίου (Lancellotta, 2007; Mylonakis et. al, 2007), οι οποίες είναι κλειστής μορφής, αλλά οι προβλέψεις τους είναι αρκετά συντηρητικές σε πολλές περιπτώσεις.

Επομένως, εξακολουθεί να υφίσταται η ανάγκη για την ανάπτυξη απλών και εύχρηστων υπολογιστικών εργαλείων για τους μηχανικούς, τα οποία ταυτόχρονα να παρέχουν ικανοποιητική ακρίβεια. Στη συνέχεια παρουσιάζεται μια υβριδική λύση τύπου άνω ορίου, που αναπτύσσεται σύμφωνα με τη μέθοδο της οριακής ισορροπίας, αλλά είναι όμως συμβατή με τις συνοριακές συνθήκες των τάσεων, όπως προκύπτουν από την μέθοδο κάτω ορίου. Συγκρίσεις αριθμητικών αποτελεσμάτων μεταξύ της προτεινόμενης λύσης και άλλων καθιερωμένων λύσεων της βιβλιογραφίας παρουσιάζονται με τη μορφή αδιάστατων πινάκων και διαγραμμάτων.

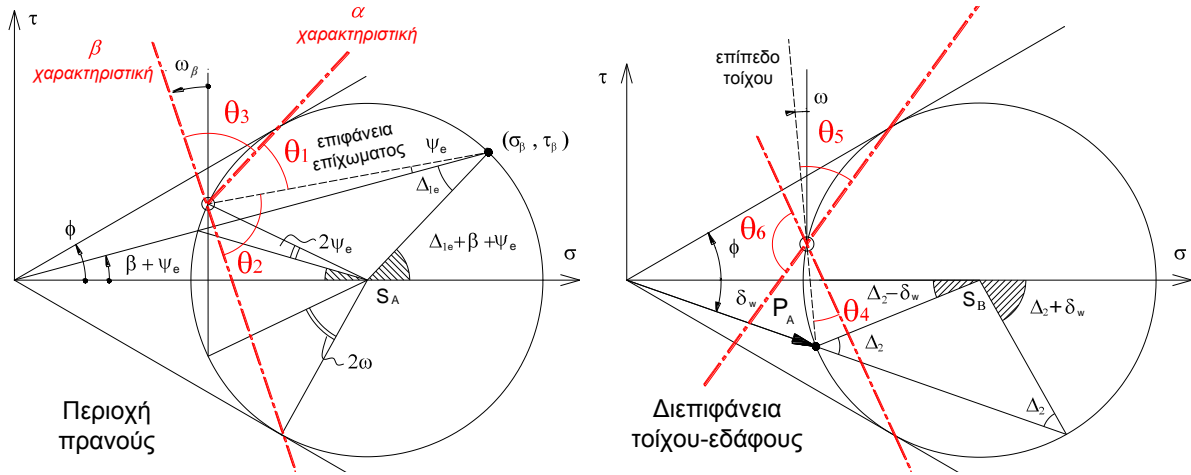
2. ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΛΥΣΗ

Οι συμβατικές μέθοδοι άνω ορίου προκύπτουν με βελτιστοποίηση εύλογων μηχανισμών αστοχίας, ώστε να μεγιστοποιούνται οι ενεργητικές ωθήσεις και να ελαχιστοποιούνται οι παθητικές. Στην παρούσα λύση, αντίθετα, ο κρίσιμος μηχανισμός είναι προκαθορισμένος, ώστε να ικανοποιεί τις συνοριακές συνθήκες των τάσεων στην ελεύθερη επιφάνεια του πρανούς και στην διεπιφάνεια τοίχου-εδάφους, όπως απεικονίζονται στο Σχήμα 1. Οι μηχανισμοί αστοχίας, που φαίνονται στο Σχήμα 2, αποτελούνται από ευθύγραμμα τμήματα στις ζώνες Rankine και τμήματα λογαριθμικής σπείρας για τις μεταβατικές ζώνες. Ο πρώτος μηχανισμός (Σχήμα 2α) θεωρεί και δεύτερη ζώνη Rankine κοντά στον τοίχο, και είναι παρόμοιος με εκείνον της λύσης των Chen & Liu (1990) και συμβατός με τις παραδοχές της λύσης τύπου κάτω ορίου των Mylonakis et al. (2007). Ο δεύτερος εναλλακτικός μηχανισμός θεωρεί μία μόνο μεταβατική ζώνη από την ζώνη Rankine του πρανούς μέχρι τον τοίχο, κάτι που είναι πιο κοντά στην πραγματικότητα (Caquot & Kerisel, 1948; Sokolovskii, 1965).

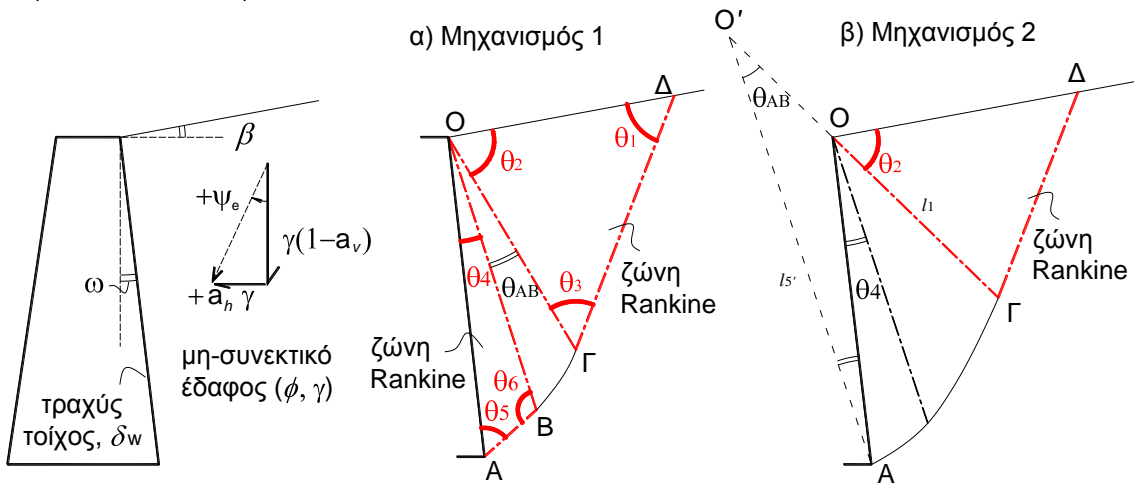
Παρόμοιοι μηχανισμοί λογαριθμικής σπείρας, με ευθύγραμμα τμήματα που να ακολουθούν τη γεωμετρία της λύσης Rankine για βαρυτικές συνθήκες, έχουν χρησιμοποιηθεί ευρύτατα, ξεκινώντας από τον Terzaghi (1943). Πιο πρόσφατα, βελτιστοποιημένοι μηχανισμοί αυτού του είδους έχουν παρουσιαστεί από τους Kumar & Subba Rao (1997), Kumar (2001), Murthy (2003) και Kame et al. (2010). Λύσεις λογαριθμικής σπείρας με σεισμό για ενεργητικές και παθητικές ωθήσεις με τυχαίους μηχανισμούς έχουν δημοσιευτεί από τους Chen & Liu (1990) και πιο πρόσφατα για παθητικές ωθήσεις από τους Morrison & Ebeling (1995), Kumar (2001) και Subba Rao & Choudhury (2005). Επίσης έχουν προταθεί μηχανισμοί που αποτελούνται εξολοκλήρου από λογαριθμική σπείρα, όπως η λύση των Soubra & Macuh (2002). Η μοναδική υβριδική λύση που λαμβάνει υπόψη τις συνοριακές συνθήκες των τάσεων για σεισμικές συνθήκες, έχει δημοσιευτεί από τους Shamsabadi et al (2013), αλλά είναι εξαιρετικά πολύπλοκη με χρήση πολυπρισματικού μηχανισμού και επιπλέον ικανοποιεί αποτελεσματικά μόνο τη συνοριακή συνθήκη στην επιφάνεια του επιχώματος.

2.1. Μηχανισμός 1: Δύο ζώνες Rankine με παρεμβαλλόμενη λογαριθμική σπείρα

Ο μηχανισμός του Σχήματος 2α, αποτελείται από την τριγωνική σφήνα ΟΔΓ από τη ζώνη του απειρομήκους πρανούς, την τριγωνική σφήνα ΟΒΑ από τη ζώνη της διεπιφάνειας τοίχου-εδάφους και τη λογαριθμική σπείρα ΟΒΓ με γνωστό άνοιγμα θ_{AB} (Εξίσωση 1) που εκφράζει την περιστροφή των κυρίων επιπέδων και των χαρακτηριστικών των τάσεων μεταξύ των δύο προηγούμενων, γνωστών περιοχών Rankine (Mylonakis et al, 2007). Τα ευθύγραμμα τμήματα του μηχανισμού προκύπτουν από τις χαρακτηριστικές των τάσεων (έντονες διακεκομμένες κόκκινες γραμμές) των κύκλων Mohr του Σχήματος 1, από τους οποίους εξάγονται οι αντίστοιχες χαρακτηριστικές γωνίες $\theta_1 - \theta_6$ (Εξισώσεις 2 – 5). Τα σχήματα και όλες οι εξισώσεις που ακολουθούν αντιστοιχούν στον ενεργητικό μηχανισμό αστοχίας για θετικές τιμές φ και δ_w , αλλά μεταπίπτουν αβίαστα στον παθητικό μηχανισμό με αλλαγή προσήμου (αρνητικές τιμές) φ και δ_w .



Σχήμα 1. Γεωμετρία τανυστή τάσεων και χαρακτηριστικών στην περιοχή του πρανούς και στη διεπιφάνεια τοίχου-εδάφους (ενεργητική κατάσταση)
 Figure 1. Geometry of stress tensor and characteristics in the slope and soil-wall interface area (active condition)



Σχήμα 2. Μηχανισμοί αστοχίας: (α) δύο ζώνες Rankine με παρεμβαλλόμενη λογαριθμική σπείρα, (β) μία ζώνη Rankine με συνεχόμενη λογαριθμική σπείρα (ενεργητική κατάσταση)
 Figure 2. Failure mechanisms: (a) two Rankine zones with transition log-spiral (b) one Rankine zone with continuous log-spiral (active condition)

$$\theta_{AB} = \frac{1}{2} \left[\Delta_2 - \delta_w - \Delta_{1e} - \beta - 2\omega - \psi_e \right] \quad (1)$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} - \frac{\Delta_1 + \beta}{2} - \frac{\psi_e}{2} \quad (2)$$

$$\theta_2 = \frac{\pi}{2} + \phi - \theta_1 = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} + \frac{\Delta_1 + \beta}{2} + \frac{\psi_e}{2} \quad (3)$$

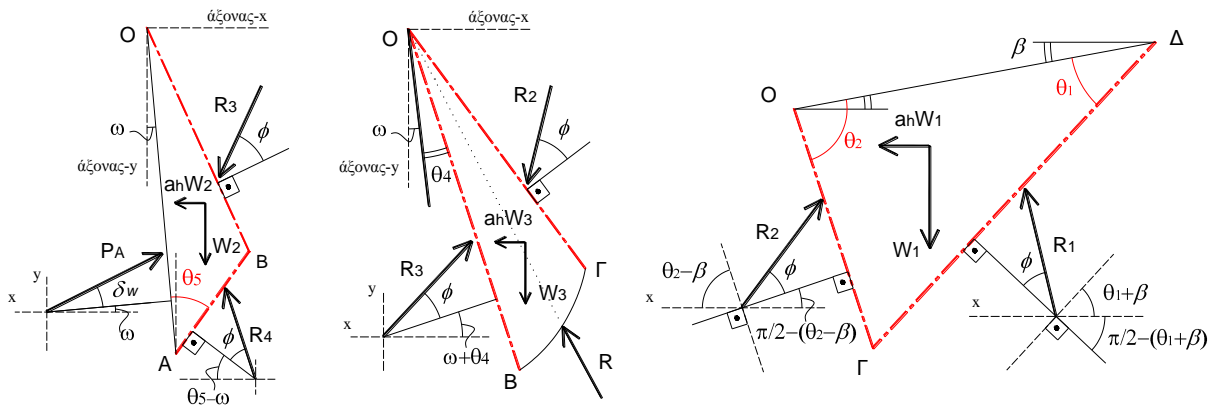
$$\theta_4 = \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} - \frac{\Delta_2 - \delta_w}{2} \quad (4)$$

$$\theta_5 = \frac{\pi}{2} - \phi - \theta_4 = \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} + \frac{\Delta_2 - \delta_w}{2} \quad (5)$$

Οι γωνίες μεταξύ των χαρακτηριστικών είναι $\theta_3=45-\phi/2$, $\theta_6=45+\phi/2$. Στις παραπάνω εξισώσεις β είναι η κλίση του πρανού, ω η κλίση του τοίχου, δ_w η τραχύτητα της διεπιφάνειας τοίχου-εδάφους, $\Delta_1 = \sin^{-1}[\sin(\beta+\psi_e)/\sin\phi]$ και $\Delta_2 = \sin^{-1}(\sin\delta_w/\sin\phi)$ οι βοηθητικές γωνίες Caquot και $\psi_e = \tan^{-1}[a_h/(1-a_v)]$ η κλίση της συνισταμένης βαρυτικής-αδρανειακής δράσης.

Με γνωστές τις γωνίες του μηχανισμού αστοχίας θ_i είναι εύκολος ο υπολογισμός των μηκών l_i (οι πλευρές που βρίσκονται απέναντι από τις γωνίες θ_i) με τη βοήθεια του νόμου των ημιτόνων, ξεκινώντας από το γνωστό ύψος του τοίχου, H . Μεταξύ των δύο τριγώνων χρησιμοποιείται λογαριθμική σπείρα με κέντρο στο σημείο O (άνω άκρο του τοίχου), της μορφής $r = r_0 e^{\theta \tan \phi}$, η οποία αναπαριστά καμπύλη επιφάνεια αστοχίας, αφού σε κάθε σημείο ισχύει $\tau/\sigma = \tan \phi$. Σε συνδυασμό με την ιδιότητα ότι κάθε ακτίνα της σπείρας σχηματίζει γωνία $90 - \phi$ με την εφαπτομένη στο ίδιο σημείο, προκύπτει ότι η προέκταση του διανύσματος της συνισταμένης εξωτερικής αντίδρασης σε κάθε σημείο της σπείρας διέρχεται από το σημείο O (Murthy, 2003). Αυτό είναι βολικό για την εφαρμογή της μεθόδου οριακής ισορροπίας, καθώς η άγνωστη εξωτερική αντίδραση δεν παράγει ροπή ως προς το σημείο O . Βέβαια, πρέπει να τονιστεί ότι η συγκεκριμένη επιλογή σπείρας με γωνία ϕ δεν είναι δεσμευτική, ιδιαίτερα αν εφαρμοστεί κινηματική μέθοδος άνω ορίου που βασίζεται στην εξίσωση έργων αντί για ισορροπία δυνάμεων και ροπών (Chen & Liu, 1990).

Στο Σχήμα 3 απεικονίζεται η ισορροπία στα επιμέρους πρίσματα του μηχανισμού. Αρχικά λαμβάνεται η ισορροπία δυνάμεων στο πρίσμα $O\Gamma\Delta$ και υπολογίζονται οι δύο άγνωστες αντιδράσεις R_1 και R_2 , στη συνέχεια ισορροπία ροπών στο πρίσμα $O\Gamma\Delta$ και υπολογίζεται η αντίδραση R_3 και τέλος με ισορροπία δυνάμεων στο πρίσμα OAB υπολογίζεται η αντίδραση R_4 και η ενεργητική ώθηση P_A (Εξισώσεις 6 έως 14). Η διαδικασία παρουσιάζεται αναλυτικότερα από τους Φόη (2010) και Κλουκίνα (2012).



Σχήμα 3. Ισορροπία δυνάμεων και ροπών στα πρίσματα του μηχανισμού αστοχίας
Figure 3. Equilibrium of forces and moments on the wedges of the failure mechanism

$$W_2 = \frac{1}{2} \frac{\sin \theta_4}{\sin \theta_6} \sin \theta_5 \frac{\gamma H^2}{\cos^2 \omega} \quad (6)$$

$$W_3 = \int_0^{\theta_{AB}} \frac{1}{2} \gamma l_5^2 e^{-2\theta \tan \phi} d\theta = \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \theta_5}{\sin^2 \theta_6} \gamma H^2 \frac{1}{\cos^2 \omega} \left(\frac{1 - e^{-2\theta_{AB} \tan \phi}}{2 \tan \phi} \right) \quad (7)$$

$$W_1 = \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \theta_2}{\sin \theta_1} \frac{\sin^2 \theta_5}{\sin^2 \theta_6} \frac{\gamma H^2}{\cos^2 \omega} e^{-2\theta_{AB} \tan \phi} \quad (8)$$

$$R_1 = \frac{W_1 - R_2 \cos(\theta_2 - \beta - \phi)}{\cos(\theta_1 + \beta - \phi)} \quad (9)$$

$$R_2 = \frac{W_1[\tan(\theta_1 + \beta - \phi) + a_h]}{\sin(\theta_2 - \beta - \phi) + \cos(\theta_2 - \beta - \phi) \tan(\theta_1 + \beta - \phi)} \quad (10)$$

$$\Sigma M_3 = \frac{1}{3} \frac{\sin^3 \theta_5}{\sin^3 \theta_6} \gamma H^3 \frac{1}{\cos^3 \omega} \left[\frac{\cos(\theta_4 + \omega) + 3 \tan \phi \sin(\theta_4 + \omega) - e^{-3 \tan \phi \theta_{AB}} [\cos(\theta_4 + \theta_{AB} + \omega) + 3 \tan \phi \sin(\theta_4 + \theta_{AB} + \omega)]}{1 + 9 \tan^2 \phi} \right. \\ \left. + a_h \frac{3 \tan \phi \cos(\theta_4 + \omega) - \sin(\theta_4 + \omega) + e^{-3 \tan \phi \theta_{AB}} [-3 \tan \phi \cos(\theta_4 + \theta_{AB} + \omega) + \sin(\theta_4 + \theta_{AB} + \omega)]}{1 + 9 \tan^2 \phi} \right] \quad (11)$$

$$R_3 = \frac{3 \Sigma M_3}{2 l_5 \cos \phi} + R_2 e^{-\theta_{AB} \tan \phi} \quad (12)$$

$$R_4 = \frac{P_A \cos(\delta + \omega) - a_h W_2 - R_3 \cos(\theta_4 + \omega + \phi)}{\cos(\theta_5 - \omega + \phi)} \quad (13)$$

$$P_A = \frac{W_2 [1 + a_h \tan(\theta_5 - \omega + \phi)] + R_3 [\sin(\theta_4 + \omega + \phi) + \cos(\theta_4 + \omega + \phi) \tan(\theta_5 - \omega + \phi)]}{\sin(\delta + \omega) + \cos(\delta + \omega) \tan(\theta_5 - \omega + \phi)} \quad (14)$$

2.2. Μηχανισμός 2: μία ζώνη Rankine με συνεχόμενη λογαριθμική σπείρα μέχρι τον τοίχο

Στον μηχανισμό του Σχήματος 2β, το κέντρο της σπείρας είναι μετατοπισμένο στην προκαθορισμένη θέση Ο' που ορίζει το σημείο τομής της προέκτασης της χαρακτηριστικής ΟΓ με την Ο'Α, η οποία είναι παράλληλη στην χαρακτηριστική ΟΒ και καταλήγει στη βάση του τοίχου. Με αυτόν τον τρόπο η λογαριθμική σπείρα εξακολουθεί να ικανοποιεί τις συνοριακές συνθήκες των τάσεων στα σημεία Α και Γ και να διατηρεί σταθερό το άνοιγμά της, ίσο με θ_{AB} . Τα σημεία Ο και Ο' ταυτίζονται στη μοναδική περίπτωση που η επιφάνεια του τοίχου ΟΑ είναι χαρακτηριστική, δηλαδή όταν $\delta_w = \phi$, οπότε οι δύο μηχανισμοί ταυτίζονται. Η γεωμετρία του νέου τριγωνικού πρίσματος ΟΓΔ είναι διαφορετική από αυτή του προηγούμενου μηχανισμού, καθώς οι διαστάσεις του καθορίζονται από το νέο μήκος l_1' που προκύπτει από τη νέα λογαριθμική σπείρα. Επίσης, δεν υπάρχει το τριγωνικό πρίσμα ΟΑΒ, αλλά πρέπει να υπολογιστεί και να αφαιρεθεί το νοητό τρίγωνο Ο'ΑΟ, που αποτελεί τμήμα της νέας σπείρας. Αν κάποιος αγνοήσει τις συνοριακές συνθήκες των τάσεων όπως συνήθως γίνεται στις κινηματικές λύσεις, τότε η θέση του πόλου Ο' αποτελεί παράμετρο προς βελτιστοποίηση και μπορεί να κινείται πάνω στην ευθεία Ο' Γ, δεξιά ή αριστερά του Ο, αν διατηρηθεί ο περιορισμός της ζώνης Rankine στο επίχωμα (Murthy, 2003) ή και σε οποιαδήποτε άλλη θέση τυχαία στο επίπεδο (Soubra & Macuh, 2002). Οι σχετικές εξισώσεις για το συγκεκριμένο μηχανισμό παρουσιάζονται από τους Φόη (2010) και Κλουκίνα (2012).

3. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ – ΣΥΓΚΡΙΣΕΙΣ

Στον Πίνακα 1 παρουσιάζονται αποτελέσματα για ενεργητικές και παθητικές βαρυτικές ωθήσεις (K_{AV} , K_{PV}) από τις παρούσες λύσεις και από γνωστές λύσεις της βιβλιογραφίας. Στις στήλες του πίνακα μπορεί να παρατηρηθεί η αύξουσα διάταξη στις τιμές του K_{AV} και η αντίστοιχη φθίνουσα στις τιμές του K_{PV} που αντικατοπτρίζει τη μη-συντηρητική φύση των λύσεων οριακής ισορροπίας και των κινηματικών λύσεων άνω ορίου, και τη συντηρητική φύση των μεθόδων ανάλυσης τάσεων (γραμμές διαρροής, μέθοδος κάτω ορίου). Από τα αποτελέσματα φαίνεται ότι ο προτεινόμενος μηχανισμός 1 είναι αρκετά μη-συντηρητικό άνω όριο, ενώ ο μηχανισμός 2 είναι αρκετά βελτιωμένο άνω όριο σε σχέση με άλλες κλασικές λύσεις, όπως η λύση Coulomb και η λύση Chen & Liu αντίστοιχα. Ωστόσο, δεν παρέχει βελτίωση στην περίπτωση $\delta_w = \phi$ που ταυτίζεται με τον μηχανισμό 1. Επίσης ο μαθηματικός τύπος του καταρρέει στην απλή περίπτωση Rankine ($\theta_{AB}=0$), όπως είναι οι περιπτώσεις $\delta_w/\phi = 0$ του Πίνακα 1.

Αποτελέσματα για βαρυτικές και σεισμικές παθητικές ωθήσεις από την παρούσα λύση παρουσιάζονται στο Σχήμα 4, συγκριτικά με ακριβή αριθμητικά αποτελέσματα της μεθόδου των γραμμών διαρροής. Συγκεκριμένα χρησιμοποιούνται τα αποτελέσματα των Kerisel & Absi (1990) για την περίπτωση των βαρυτικών ωθήσεων και του Cheng (2003) για την περίπτωση των σεισμικών ωθήσεων. Επίσης στα γραφήματα απεικονίζονται οι προβλέψεις της λύσης κάτω ορίου των Mylonakis et al (2007), που είναι πάντοτε αρκετά συντηρητικές. Από τα διαγράμματα φαίνεται ότι ο μηχανισμός 2 βρίσκεται πολύ κοντά στις προβλέψεις της μεθόδου των γραμμών διαρροής για την περίπτωση $\delta=\varphi/2$, ενώ ο μηχανισμός 1 είναι πάντοτε ένα αρκετά μη-συντηρητικό άνω όριο. Η πιο ενδιαφέρουσα παρατήρηση είναι ότι ο απλός μέσος όρος της λύσης άνω ορίου του μηχανισμού 1 με την αντίστοιχη κάτω ορίου των Mylonakis et al (2007) βρίσκεται πάντοτε σε εξαιρετική συμφωνία με τις ακριβείς τιμές της μεθόδου των γραμμών διαρροής.

Πίνακας 1. Σύγκριση αποτελεσμάτων για βαρυτικές ενεργητικές και παθητικές εδαφικές ωθήσεις από διάφορες μεθόδους. $\omega = \beta = 0$ (Τροποποιημένο από Chen & Liu, 1990)
Table 1. Comparison of results for gravitational active and passive earth pressures by various methods (modified from Chen & Liu, 1990)

a. K_{Ay} – values†

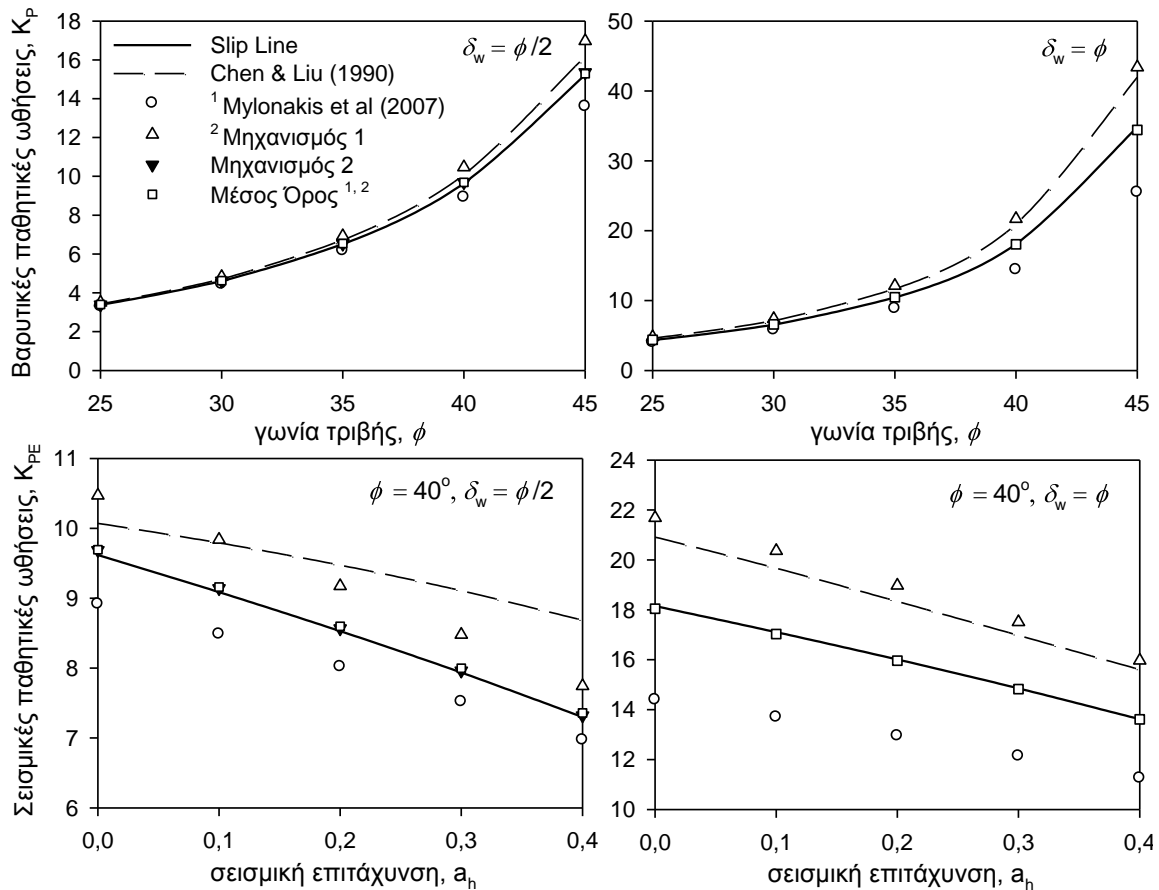
φ - δ / φ	20°			30°			40°		
	0	$\frac{1}{2}$	1	0	$\frac{1}{2}$	1	0	$\frac{1}{2}$	1
LE (Coulomb, 1776)	0.49	0.447	0.427	0.33	0.301	0.297	0.217	0.199	0.210
LE (Μηχανισμός 1)	0.49	0.446	0.420	0.33	0.301	0.289	0.217	0.199	0.202
UB (Chen & Liu 1990)	0.49	0.448	0.434	0.33	0.303	0.302	0.217	0.200	0.214
LE (Μηχανισμός 2)	-	0.449	0.420	-	0.303	0.289	-	0.201	0.202
SL (Sokolovskii 1965)	0.49	0.450	-	0.33	0.300	-	0.220	0.200	-
SL (Caquot & Kerisel, 1948)	0.49	-	0.440	0,33	-	0.308	0.217	-	0.219
LB (Mylonakis et al., 2007)	0.49	0.451	0.449	0.33	0.305	0.315	0.217	0.201	0.224

b. K_{Py} – values‡

LE (Coulomb, 1776)	2.04	2.64	3.53	3.00	4.98	10.1	4.60	11.77	92.6
LE (Μηχανισμός 1)	2.04	2.62	3.27	3.00	4.82	7.37	4.60	10.47	21.69
UB (Chen & Liu, 1990)	2.04	2.58	3.17	3.00	4.70	7.10	4.60	10.07	20.9
LE (Μηχανισμός 2)	-	2.56	3.27	-	4.62	7.37	-	9.69	21.69
LE (Morrison & Ebeling, 1995)	-	-	-	3,00	4,62	7,08	-	-	-
UB (Soubra, 2000)	2,04	2,58	3,12	3,00	4,69	6,86	4,60	9,99	19,6
LE (Subba Rao, 2005)	-	-	-	3,00	4,62	6,68	-	-	-
UB (Kumar, 2001)	-	-	-	3,00	-	6,68	4,60	-	18,9
SL (Cheng, 2003)	-	-	-	3,00	-	6,56	-	-	18,2
SL (Sokolovskii 1965)	2,04	2,55	3,04	3,00	4,62	6,55	4,60	9,69	18,2
SL (Caquot & Kerisel, 1948)	2.05	2.55	3.10	3.00	4.60	6.50	4.60	9.60	18.0
LB (Mylonakis et al., 2007)	2.04	2.52	2.87	3.00	4.44	5.80	4.60	8.92	14.4

$$\dagger K_{Ay} = P_A / \frac{1}{2} \gamma H^2, \quad \ddagger K_{Py} = P_p / \frac{1}{2} \gamma H^2$$

όπου: UB = Upper Bound, LB = Lower Bound, LE = Limit Equilibrium, SL = Slip Line



Σχήμα 3. Συγκρίσεις αποτελεσμάτων για βαρυτικές και σεισμικές παθητικές ωθήσεις, από διάφορες μεθόδους
 Figure 3. Comparison of results for gravitational and seismic passive earth pressures by various methods

4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Παρουσιάστηκε υβριδική λύση άνω ορίου για τον ακριβέστερο υπολογισμό των εδαφικών ωθήσεων, με συνδυασμό της μεθόδου της οριακής ισορροπίας και της οριακής ανάλυσης τάσεων (θεωρία κάτω ορίου). Οι θεωρούμενοι μηχανισμοί αστοχίας ικανοποιούν τις συνοριακές συνθήκες των τάσεων και στα δύο άκρα του μηχανισμού, την ελεύθερη επιφάνεια του πρανούς και την διεπιφάνεια τοίχου-εδάφους. Η ανάλυση καταλήγει σε απλές, πλήρως συμμετρικές μαθηματικές εκφράσεις κλειστής μορφής, χωρίς ανάγκη βελτιστοποίησης, οι οποίες μπορούν πολύ εύκολα να χρησιμοποιηθούν για πρακτικές εφαρμογές, με τη μορφή ενός υπολογιστικού φύλλου. Τα αριθμητικά αποτελέσματα της λύσης δείχνουν πολύ καλή ακρίβεια συγκρινόμενα με καθιερωμένες λύσεις αριθμητικού χαρακτήρα. Η βελτίωση είναι ιδιαίτερα αισθητή στην περίπτωση των παθητικών ωθήσεων, ειδικά για τον μηχανισμό αστοχίας που περιλαμβάνει μία μόνο ζώνη Rankine (ελεύθερη επιφάνεια) και λογαριθμική σπείρα μέχρι τον τοίχο. Αντίθετα, ο μηχανισμός με τις δύο τριγωνικές ζώνες Rankine καταλήγει σε πιο σταθερό μαθηματικό τύπο και - παρότι οι προβλέψεις του είναι εξαιρετικά μη ασφαλείς – ο μέσος όρος τους με τις αντίστοιχα εξαιρετικά ασφαλείς προβλέψεις της τασικής λύσης των Mylonakis et al. (2007), πρακτικά ταυτίζεται με τις ακριβείς αριθμητικές τιμές. Η ιδέα του υπολογισμού του οριακού φορτίου μέσω ενός μέσου όρου δύο απλών λύσεων κλειστής μορφής, είναι ιδιαίτερα ελκυστική για πρακτικές εφαρμογές.

5. ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρούσα έρευνα έχει συγχρηματοδοτηθεί από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο - ΕΚΤ) και από εθνικούς πόρους μέσω του Επιχειρησιακού Προγράμματος

«Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του Εθνικού Στρατηγικού Πλαισίου Αναφοράς (ΕΣΠΑ) - Ερευνητικό Χρηματοδοτούμενο Έργο: ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΙΙΙ Επένδυση στην κοινωνία της γνώσης μέσω του Ευρωπαϊκού Κοινωνικού Ταμείου.

6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Κλουκίνας, Π. (2012). "Συμβολή στη Στατική και Δυναμική Ανάλυση Τοίχων Αντιστήριξης Μέσω Θεωρητικών και Πειραματικών Μεθόδων", Δ.Δ., Τμ. Πολιτικών Μηχανικών, Π.Π.
- Φόη, Α.Μ. (2010). "Βαρυτικές και Σεισμικές Ωθήσεις Γαιών: Ιστορική Αναδρομή, Λύσεις Οριακής Ισσορροπίας & Ανάλυσης Τάσεων", Διπλωματική Εργασία, Τμ. Πολιτικών Μηχανικών, Π. Π.
- Caquot, A. and Kerisel, J. (1948). "Tables for the Calculation of Passive Pressure, Active Pressure and Bearing Capacity of Foundations". *Librairie du Bureau des Longitudes, Ecole Polytechnique, Paris Gauthier - villars* (Translated from French by Maurice A. Bec.)
- Chen, W.F. and Liu, X.L. (1990). "*Limit Analysis in Soil Mechanics*", Elsevier, Amsterdam
- Cheng, Y.M. (2003). "Seismic Lateral Earth Pressure Coefficients for c-φ Soils by Slip Line Method", *Computers and Geotechnics*, 30, pp. 661-670.
- Coulomb, C.A. (1776). "Essai sur une Application des Regles de Maximis et Minimis a Quelques Problemes de Stratique Relatifs a l' Architecture". *Memoires de Mathematiqueet de Physique, Presentes a l' Academie Royale des Sciences*; Paris, Vol. 7, pp. 343-382.
- Kame, G.S., Dewaikar, D.M. and Choudhury, D. (2010). "Active Thrust on a Vertical Retaining Wall with Cohesionless Backfill", *Electronic Journal of Geotechnical Engineering-EJGE*, Vol. 15, pp.1848-1863.
- Kerisel, J. and Absi, E. (1990). "Active and Passive Earth Pressure Tables" A.A. Balkema
- Kumar, J. (2001). "Seismic passive earth pressure coefficients for sands", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 38 (4), pp. 876–81.
- Kumar, J. and Subba Rao, K.S. (1997). "Passive Pressure Coefficients, Critical Failure Surface and its Kinematic Admissibility", *Geotechnique*, 47:1, 185-192.
- Lancellotta, R. (2007). "Lower-Bound Approach for Seismic Passive Earth Resistance". *Geotechnique*, Vol. 57, No. 3, pp. 319-321.
- Mononobe, N. and Matsuo, H. (1929). "On the Determination of Earth Pressure During Earthquakes". *Proc. of the World Engineering Congress, Tokyo*, Vol. 9, pp. 179-185.
- Morrison, E.E. and Ebeling, R.M. (1995). "Limit Equilibrium Computation of Dynamic Passive Earth Pressure", *Canadian Geotechnical Journal*, 32:3, 481-487.
- Murthy, V.N.S. (2003). "*Geotechnical Engineering: Principles and Practices of Soil Mechanics and Foundation Engineering*", Marcel Dekker, Inc., 1029p.
- Mylonakis, G., Kloukinas, P. and Papantonopoulos, C. (2007). "An Alternative to the Mononobe–Okabe Equations for Seismic Earth Pressures", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Volume 27, Issue 10, Pages 957-969.
- Okabe, S. (1926). "General Theory on Earth Pressure", *Journal of the Japanese Society of Civil Engineers Tokyo, Japan*, Vol. 12, No. 1.
- Rankine, W.J.M. (1857). "On the Stability of Loose Earth", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Vol. 147, pp. 9 – 27.
- Shamsabadi A, Xu SY and Taciroglu E (2013). "A generalized log-spiral Rankine limit equilibrium model for seismic earth pressure analysis", *Soil Dynamics & Earthquake Engineering*, 49: 197–209.
- Sokolovskii, V.V. (1965). "*Statics of Granular Media*". NewYork : Pergamon. 270 pp.
- Soubra, A.H. (2000). "Static and Seismic Passive Earth Pressure", *Canadian Geotechnical Journal* , 37, pp. 463-478.
- Soubra, A.H. and Macuh, B (2002). "Active and Passive Earth Pressure Coefficients by a Kinematical Approach", *Geotechnical engineering*, Proceedings, Institution of Civil Engineers, London, Vol. 155 No 2, pp119-131.
- Subba, Rao, K.S. and Choudhury, D.S.M. (2005). "Seismic Passive Earth Pressures in Soils", *Journal of geotech. and geoenvironmental engineering*, ASCE, 131(1), 131-135.
- Terzaghi, K. (1943). "*Theoretical Soil Mechanics*", John Wiley and Sons, New York.