

**ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΙΙΙ:
ΕΝΙΣΧΥΣΗ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΩΝ ΟΜΑΔΩΝ ΣΤΟ ΤΕΙ ΠΑΤΡΑΣ**

**ΥΠΟΕΡΓΟ 10:
« ΠΡΟΤΑΣΗ ΤΡΟΠΟΠΟΙΗΣΗΣ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΕΑΚ ΓΙΑ
ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ
ΑΝΤΙΣΤΗΡΙΞΗΣ »**

Επιστημονική Υπεύθυνος:
Δρ. Βγενοπούλου Ειρήνη, Καθηγήτρια ΤΕΙ Πάτρας

ΤΕΧΝΙΚΗ ΕΚΘΕΣΗ ΠΑΡΑΔΟΤΕΩΝ Π.Ε.2

*«Ανάπτυξη και Επέκταση Κυματικών Λύσεων για Άκαμπτους και
Εύκαμπτους Τοίχους Αντιστήριξης σε Ομοιογενές και Ανομοιογενές
Έδαφος με ή Χωρίς Χρήση Παρεμβλημάτων Γεωσυνθετικών Υλικών»*

Συντάκτες:

Δρ. Βγενοπούλου Ειρήνη,	Καθηγήτρια ΤΕΙ Πάτρας
Δρ. Γεώργιος Μυλωνάκης,	Καθηγητής Πανεπιστημίου Πατρών
Δρ. Κλουκίνας Παναγιώτης,	Μεταδιδάκτωρ Ερευνητής
κ. Λυραντζάκη Φωτεινή,	Υπ. Διδάκτ. Πανεπιστημίου Πατρών

ΠΑΤΡΑ, ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2014



Περίληψη

Η παρούσα τεχνική έκθεση πραγματεύεται το πρόβλημα δυναμικής απόκρισης τοίχων αντιστήριξης σε ομοιογενές και ανομοιογενές έδαφος. Αρχικά, διατυπώνεται το πρόβλημα στην κλασική του θεώρηση και παρουσιάζονται οι εξισώσεις κίνησης σε συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης. Στη συνέχεια αναπτύσσονται οι διαθέσιμες στη διεθνή βιβλιογραφία ελαστικές-κυματικές λύσεις, με έμφαση στη λύση των Veletsos & Younan (1994a), η οποία επεκτείνεται με χρήση μιας ειδικής ολοκληρωματικής τεχνικής που καταλήγει σε μια απλουστευμένη εναλλακτική μεθοδολογία (Kloukinas et al 2008) για την ανάλυση σεισμικών προβλημάτων ωθήσεως γαιών. Εξάγονται απλουστευμένες, σε σχέση με αυτές των Veletsos και Younan (1994a) αναλυτικές λύσεις, για τον υπολογισμό των στατικών και σεισμικών ωθήσεων γαιών και του σημείου εφαρμογής τους σε άκαμπτους και εύκαμπτους τοίχους αντιστήριξης με θεώρηση ομοιογενούς και ανομοιογενούς με το βάθος έδαφος, καθώς και για ζεύγος άκαμπτων τοίχων. Τα αποτελέσματα συγκρίνονται με τα διαθέσιμα από τους Veletsos & Younan (1994a) και με αριθμητικές λύσεις του Wood (1973).

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	1
2. ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΚΥΜΑΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ.....	1
2.1.1 Οι εξισώσεις κίνησης για συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης.....	1
2.1.2 Η λύση των Veletsos & Younan (1994a).....	5
2.2 ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΗ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ	13
2.2.1 Άκαμπτος Τοίχος με Ομοιογενές Έδαφος.....	14
2.2.2 Άκαμπτος Τοίχος με Ανομοιογενές με το Βάθος Έδαφος.....	21
2.2.3 Άκαμπτος Τοίχος με Έδαφος Ανομοιογενές ως προς την Οριζόντια και την Κατακόρυφη Συνιστώσα.....	30
2.3 ΑΚΑΜΠΤΟΣ ΤΟΙΧΟΣ ΜΕ ΣΤΡΟΦΙΚΩΣ ΕΝΔΟΣΙΜΗ ΘΕΜΕΛΙΩΣΗ	34
2.4 ΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΩΘΗΣΕΙΣ ΣΕ ΖΕΥΓΟΣ ΤΟΙΧΩΝ ΑΠΟ ΕΛΑΦΙΚΟ ΣΤΡΩΜΑ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΟΥ ΜΗΚΟΥΣ.....	39
3. ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΕΛΑΤΗΡΙΑ WINKLER.....	42
4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	45
5. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	47
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α.....	49
ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΔΙΟΜΟΡΦΗΣ ΓΙΑ ΑΝΟΜΟΙΟΓΕΝΗ ΜΕ ΤΟ ΒΑΘΟΣ ΕΛΑΦΙΚΗ ΣΤΡΩΣΗ.....	49

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Όπως αναφέρεται στη διεθνή βιβλιογραφία, οι ελαστικές-κυματικές λύσεις υπερεκτιμούν σημαντικά τις σεισμικές ωθήσεις όταν το σύστημα τοίχου-εδάφους φτάνει στην κατάσταση της πλαστικής διαρροής στη βάση του τοίχου. Το γεγονός αυτό περιορίζει τη δυνατότητα αξιοποίησης τους για μεγάλο αριθμό πρακτικών εφαρμογών. Ωστόσο, οι λύσεις αυτές μπορούν να εφαρμόζονται για τον προσδιορισμό της δυναμικής συμπεριφοράς του συστήματος υπό μικρές παραμορφώσεις για τις οποίες η συμπεριφορά του συστήματος παραμένει ελαστική, ειδικά σε αντιστηρίξεις χωρίς δυνατότητα μετακίνησης (π.χ. περιμετρικοί τοίχοι υπογείων, ακρόβαθρα, αντρείσματα γεφυρών κλπ.). Ακόμα και σε αυτές τις περιπτώσεις όμως, στην πράξη χρησιμοποιούνται άλλες απλοποιημένες μέθοδοι. Ο δεύτερος λόγος για τον οποίο οι λύσεις αυτές έχουν περιορισμένη πρακτική εφαρμογή είναι οι πολύπλοκες μαθηματικές εκφράσεις στις οποίες καταλήγουν, συνήθως με τη μορφή τριγωνομετρικών απειροσειρών (Wood, 1973; Veletsos & Younan, 1994a; 1994b; Veletsos et al., 1995; Papazafeiropoulos & Psarropoulos, 2010). Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζεται μια σημαντική απλοποίηση των σχετικών λύσεων (Κλουκίνας 2012, Kloukinas et al 2008, Λαγγούσης 2006) με τη βοήθεια μιας ειδικής τεχνικής ολοκλήρωσης η οποία προτάθηκε από τους Vlasov & Leontiev (1966). Παρότι απλοποιημένη, η προτεινόμενη λύση διατηρεί τα βασικά χαρακτηριστικά της δυναμικής συμπεριφοράς του συστήματος, όπως δείχνουν οι συγκρίσεις με διαθέσιμες λύσεις και συνιστά ένα χρήσιμο εργαλείο για πρακτικούς υπολογισμούς, ακόμα και σε περιπτώσεις στις οποίες οι κλασικές λύσεις με ανάλυση ιδιομορφών είναι αδύνατες.

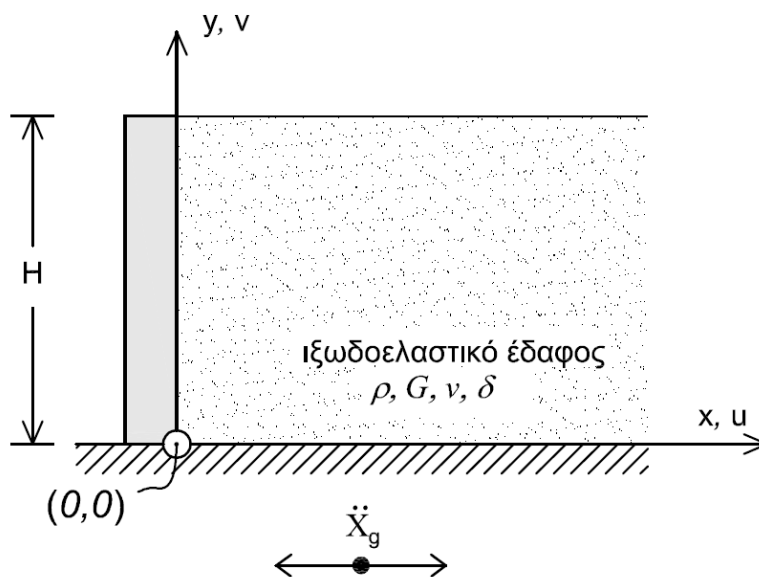
2. ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΚΥΜΑΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

2.1 ΚΛΑΣΙΚΗ ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

2.1.1 Οι εξισώσεις κίνησης για συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης

Το υπό εξέταση σύστημα απεικονίζεται στο Σχ. 2.1: Ένα ημιάπειρο, ομοιογενές στρώμα από ιξωδοελαστικό εδαφικό υλικό, ελεύθερο στην άνω επιφάνειά του και δεσμευμένο στην κάτω, συγκρατείται στο αριστερό άκρο του από ανέκδοτο τοίχο ύψους H ο

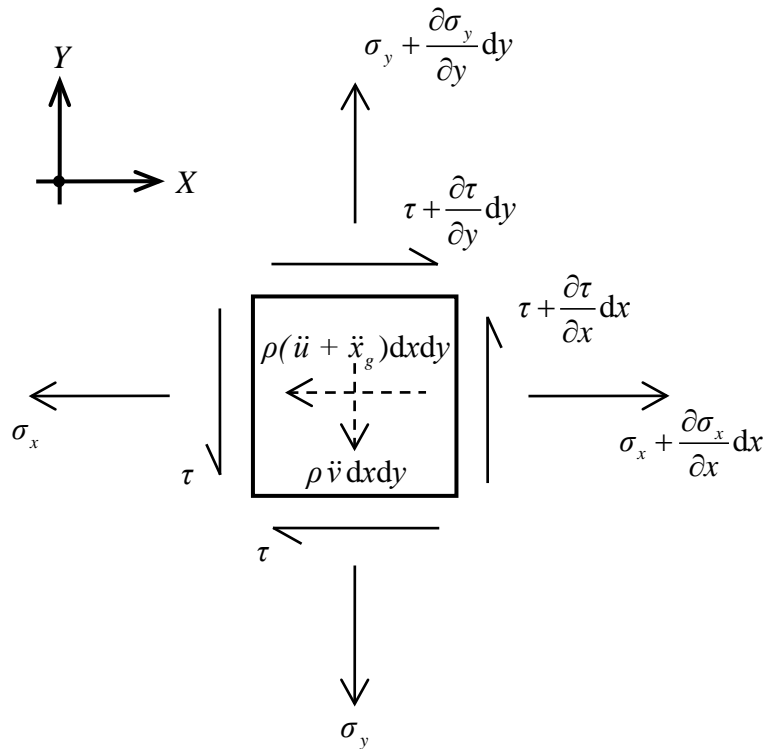
οποίος είναι πακτωμένος στον υποκείμενο βράχο. Τοίχος και έδαφος διεγείρονται ταυτόχρονα από οριζόντια αρμονική σεισμική διέγερση $\ddot{X}_g(t) = \ddot{X}_g e^{i\omega t}$ η οποία επιβάλλεται στη βάση του στρώματος. Οι ιδιότητες του εδάφους ορίζονται από την πυκνότητα ρ , το μέτρο ελαστικότητας E , το μέτρο διάτμησης G , τον λόγο Poisson ν και τον δείκτη απόσβεσης του εδαφικού υλικού δ , ο οποίος λαμβάνεται ίδιος για διατμητικές και ορθές παραμορφώσεις και είναι ανεξάρτητος της συχνότητας ω . Τέλος, το έδαφος βρίσκεται σε κατάσταση επίπεδης παραμόρφωσης, δηλαδή δεν αναπτύσσει μετακινήσεις εκτός του επιπέδου x-y ($\epsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$).



Σχήμα 2.1 Δυναμική διέγερση απειρομήκουσ ιξωδοελαστικού εδαφικού στρώματος το οποίο αντιστηρίζεται από άκαμπτο, ανένδοτο τοίχο.

Στο Σχ. 2.2 απεικονίζονται οι δράσεις που ασκούνται σε τυχαίο στοιχείο του μέσου. Για την προσήμανση των τάσεων ακολουθείται η σύμβαση της κλασικής Ελαστικότητας (θετικές οι εφελκυστικές ορθές τάσεις σ_x και σ_y με κατεύθυνση αντίθετη προς την κατεύθυνση των θετικών ημιαξόνων x, y, και το αντίστροφο για τις διατμητικές τάσεις τ_{xy} και τ_{yx}). Στο ίδιο σχήμα φαίνονται οι μεταβολές των τάσεων κατά μήκος του στοιχείου. Επιπλέον των τάσεων επαφής στα άκρα του στοιχείου οφείλουν να ληφθούν υπόψη οι αδρανειακές και σεισμικές δυνάμεις πεδίου, οι οποίες δρουν με κατεύθυνση αντίθετη από αυτή των θετικών αξόνων x και y. Συγκεκριμένα κατά τον άξονα x δρα η αδρανειακή δύναμη $\rho \ddot{u} dx dy$ και η σεισμική

δράση $\rho \ddot{x}_g dx dy$, ενώ κατά τον άξονα y δρα η αδρανειακή δύναμη $\rho \ddot{v} dx dy$. Σημειώνεται ότι οι παραπάνω μετακινήσεις u, v είναι σχετικές ως προς τον επιταχυνόμενο βράχο (μη αδρανειακό σύστημα αναφοράς).



Σχήμα 2.2 Ισορροπία δυνάμεων που ασκούνται σε τυχαίο στοιχείο του εδαφικού μέσου διαστάσεων dx, dy

Η ισορροπία των δυνάμεων κατά τον οριζόντιο και τον κατακόρυφο άξονα παρέχει το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων (2.1α) και (2.1β) αντίστοιχα:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = \rho \ddot{u} + \rho \ddot{x}_g \tag{2.1α}$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau}{\partial x} = \rho \ddot{v} \tag{2.1β}$$

Σημειώνεται ότι οι παραπάνω σχέσεις είναι ανεξάρτητες των μηχανικών ιδιοτήτων του υλικού. Επόμενο βήμα στην ανάλυση είναι να συνδεθούν οι τάσεις με τις μετακινήσεις, ώστε να προκύψουν οι εξισώσεις κίνησης. Αρχικά οι τάσεις συνδέονται με τις παραμορφώσεις μέσω του νόμου του Hooke για ομοιογενές, ισότροπο, ιξωδο-ελαστικό υλικό, τροποποιημένο

για συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης ($\varepsilon_z = 0$). Επιλύοντας τον τροποποιημένο νόμο του Hooke για επίπεδη παραμόρφωση ως προς τις τάσεις σ_x και σ_y , λαμβάνεται η Εξ. (2.2), η οποία ισχύει για συμπίεστο υλικό, δηλαδή για $\nu \neq 1/2$ και $\nu \neq -1$.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \end{bmatrix} = \frac{E^* (1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Οι παραμορφώσεις ε_x , ε_y , γ συνδέονται με τις μετατοπίσεις βάσει των γνωστών σχέσεων πεδίου:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.3\alpha, \beta, \gamma)$$

Αν αντικατασταθούν οι σχέσεις (2.3) στις σχέσεις που προκύπτουν από το νόμο του Hooke, λαμβάνονται οι σχέσεις τάσεων – παραμορφώσεων

$$\sigma_x = \frac{E^* (1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{E^* \nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2.4\alpha)$$

$$\sigma_y = \frac{E^* \nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{E^* (1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2.4\beta)$$

$$\tau = G^* \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (2.4\gamma)$$

όπου $E^* = E(1+i\delta)$ και $G^* = G(1+i\delta)$ τα μιγαδικά μέτρα ελαστικότητας και διάτμησης του υλικού, αντίστοιχα. Εισάγοντας τις σταθερές του Lamé $G^* = \mu^*$ και λ^*

$$G^* = \frac{E^*}{2(1+\nu)} \quad (2.5\alpha)$$

$$\lambda^* = E^* \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.5\beta)$$

οι Εξ. (2.4α, β) μπορούν να απλοποιηθούν περαιτέρω στη μορφή των Εξ. (2.6α, β)

$$\sigma_x = (\lambda^* + 2G^*) \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda^* \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2.6\alpha)$$

$$\sigma_y = \lambda^* \frac{\partial u}{\partial x} + (\lambda^* + 2G^*) \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2.6\beta)$$

Με αντικατάσταση των Εξ. (2.6α), (2.6β) και (2.4γ) στις Εξ. (2.1) προκύπτει σύστημα διαφορικών εξισώσεων με μερικές παραγώγους, η ακριβής λύση του οποίου για τις συνοριακές συνθήκες του συγκεκριμένου προβλήματος είναι αρκετά σύνθετη και δίνεται από τους Papazafeiropoulos & Psarropoulos, 2010. Για το λόγο αυτό, συνήθως χρησιμοποιούνται εύλογες απλοποιητικές παραδοχές που επιτρέπουν την απόξευση των εξισώσεων κίνησης, ως προς τις μετατοπίσεις u και v χωρίς χρήση του θεωρήματος Helmholtz. Οι Matsuo & Ohara (1960) και Tajimi (1969) πρότειναν την πρώτη σχετική απλοποίηση, κάνοντας την υπόθεση ότι οι μετακινήσεις κάθετα στη διεύθυνση της φόρτισης είναι μηδέν. Αργότερα οι Agias et al. (1981) και ακολούθως οι Veletsos & Younan (1994a, b) έκαναν τη ρεαλιστικότερη υπόθεση ότι δεν αναπτύσσεται κατακόρυφη ορθή τάση πουθενά στο εδαφικό μέσο κατά τη διάρκεια της οριζόντιας σεισμικής διέγερσης ($\sigma_y = 0$), και ότι η μεταβολή της κατακόρυφης μετατόπισης $v(x,y)$ ως προς το x είναι μικρή ($\partial v / \partial x = 0$). Η καταλληλότητα της δεύτερης παραδοχής επιβεβαιώνεται από τις συγκρίσεις με αποτελέσματα αριθμητικών (Wood, 1973; Ostadan, 2005) και θεωρητικών διερευνήσεων (Papazafeiropoulos & Psarropoulos, 2010) και για αυτό το λόγο έχει χρησιμοποιηθεί σε όλες τις πρόσφατες εργασίες (Veletsos & Younan, 1994a, b; Veletsos et al. 1995; Younan & Veletsos, 2000; Wu & Finn, 1999; Li, 1999). Η ίδια παραδοχή χρησιμοποιείται στο πλαίσιο της παρούσας έρευνας, όπως φαίνεται στην ενότητα που ακολουθεί την παρουσίαση και το σχολιασμό της λύσης των Veletsos & Younan (1994a).

2.1.2 Η λύση των Veletsos & Younan (1994a)

Σύμφωνα με την παραπάνω παραδοχή, η Εξ. (2.4β) παίρνει τη μορφή της Εξ. (2.7), η οποία είναι αντίστοιχη της σχέσης μεταξύ των τάσεων σ_x και σ_y σε γεωστατικές συνθήκες.

$$\frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{\nu}{1-\nu} \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.7)$$

Με αντικατάσταση της Εξ. (2.7) στις Εξ. (2.6α), (2.4γ) και μετά τις απαραίτητες παραγωγίσεις ως προς x και y , λαμβάνονται οι εκφράσεις (2.8α) και (2.8β).

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = (\lambda^* + 2G^*) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \lambda^* \frac{\nu}{1-\nu} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{2.8α}$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = G^* \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\nu}{1-\nu} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \tag{2.8β}$$

Με τη βοήθεια των Εξ. (2.8) η διαφορική Εξ. (2.1α) μεταπίπτει σε διαφορική εξίσωση αποκλειστικά ως προς την οριζόντια μετακίνηση $u=u(x,y)$

$$\psi_e^2 G^* \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + G^* \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \rho \frac{\partial^2 x_g}{\partial t^2} \tag{2.9}$$

όπου ο όρος

$$\psi_e^2 = \frac{2-\nu}{1-\nu} \tag{2.10}$$

εκφράζει έναν αδιάστατο συντελεστή συμπιεστότητας που προκύπτει βάσει της συγκεκριμένης απλοποιητικής παραδοχής. Εάν εφαρμοστεί η παραδοχή των Matsuo & Ohara (1960) και Tajimi (1969), ο συντελεστής ψ_e^2 αντικαθίσταται από τον $\psi_t^2 = 2(1-\nu)/(1-2\nu)$, ο οποίος είναι ευαίσθητος στο λόγο Poisson ν , με αποτέλεσμα να δίνει μη ρεαλιστικές τιμές για $\nu \geq 1/3$ και να τείνει στο άπειρο για $\nu = 1/2$ (Veletsos & Younan, 1994a).

Για αρμονική διέγερση της μορφής $\ddot{x}_g(t) = \ddot{X}_g e^{i\omega t}$, η εδαφική μετατόπιση γράφεται στη διαχωρισμένη μορφή $u(x,y,t) = u(x,y) e^{i\omega t}$, με αποτέλεσμα η εξίσωση κίνησης (2.9) να λαμβάνει την απλούστερη μορφή της Εξ. (2.11) (μείωση των ανεξαρτήτων μεταβλητών από τρεις σε δύο), στην οποία επίσης έχουν απλοποιηθεί οι όροι G^* και ρ μέσω του μιγαδικού κυματικού αριθμού $k^* = \omega / V_s^*$, όπου $V_s^* = \sqrt{G^* / \rho}$ η αντίστοιχη μιγαδική ταχύτητα διάδοσης (Arias et al., 1981; Veletsos & Younan, 1994a).

$$\psi_e^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + k^{*2} u = \frac{\ddot{X}_g}{V_s^2} \tag{2.11}$$

Για την επίλυση της Εξ. (2.11) εξετάζεται η παρακάτω λύση της μορφής χωριζόμενων μεταβλητών:

$$u(x, y) = A(x)B(y) \tag{2.12}$$

όπου $A(x)$ είναι συνάρτηση αποκλειστικά της μεταβλητής x , ενώ η $B(y)$ είναι συνάρτηση αποκλειστικά της μεταβλητής y . Πρώτα εξετάζεται η ομογενής εξίσωση, η οποία με αντικατάσταση της Εξ. (2.12) παίρνει τη μορφή

$$\psi_e^2 A_{xx} B + A B_{yy} + k^2 A B = 0 \tag{2.13}$$

η οποία είναι διαχωρίσιμη καθώς μπορεί να γραφεί στις ισοδύναμες μορφές:

$$-\frac{\psi_e^2 A_{xx}}{A} = \frac{B_{yy} + k^2 B}{B} = \text{σταθερό} \tag{2.14}$$

$$-\frac{B_{yy}}{B} = \frac{\psi_e^2 A_{xx} + k^2 A}{A} = \text{σταθερό} \tag{2.15}$$

όπου οι δείκτες $()_{xx}$ και $()_{yy}$ δηλώνουν διπλή παραγωγή ως προς x και y αντίστοιχα. Θέτοντας τη σταθερά στο δεξί μέλος της Εξ. (2.15) ίση με τη θετική ποσότητα q^2 , προκύπτει η στοιχειώδης κυματική εξίσωση

$$\frac{d^2 B}{d y^2} + q^2 B = 0 \tag{2.16}$$

η οποία επιδέχεται τη λύση

$$B(y) = C_1 e^{+iqy} + C_2 e^{-iqy} = C_1 \sin(qy) + C_2 \cos(qy) \tag{2.17}$$

Οι σταθερές C_1 και C_2 , οι οποίες απλοποιητικά θεωρούνται ίδιες και στις δυο μορφές της λύσης στην Εξ. (2.17), προσδιορίζονται από τις συνοριακές συνθήκες που αντιστοιχούν στην ανεξάρτητη μεταβλητή y και δηλώνουν μηδενική μετακίνηση στο βράχο και μηδενική διαμητική τάση στην επιφάνεια του εδάφους

$$u(x, 0) = 0 \tag{2.18α}$$

$$\tau(x, H) = 0 \tag{2.18β}$$

Η δεύτερη συνθήκη οδηγεί στη σχέση (2.19), η οποία για μεγάλες αποστάσεις από τον τοίχο ($x/H \gg 1$) απλοποιείται στην $\partial u / \partial y = 0$, καθώς ο δεύτερος όρος γίνεται αμελητέο

$$\left. \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{y=H} = 0 \tag{2.19}$$

Η συνοριακή συνθήκη (2.18α) οδηγεί στην απαλοιφή της σταθεράς C_2 από την Εξ. (2.17), ενώ η συνθήκη (2.19) οδηγεί στο απλό πρόβλημα ιδιοτιμών $\cos(qH) = 0$ το οποίο επιδέχεται τη γνωστή λύση

$$(qH)_n = \frac{n\pi}{2}, \text{ όπου } n = 1, 3, 5, \dots \tag{2.20}$$

και συνεπώς η συνάρτηση $B(y)$ λαμβάνει τη μορφή της Εξ. (2.21)

$$B(y) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} C_1 \sin\left(\frac{n\pi y}{2H}\right) \tag{2.21}$$

Σημειώνεται ότι η παραπάνω έκφραση μπορεί να εξαχθεί άμεσα από τη λύση του μακρινού πεδίου ($x \rightarrow \infty$) του συγκεκριμένου προβλήματος, όταν η εξίσωση ισορροπίας παύει να εξαρτάται από τη μεταβλητή x . Σε αυτή την περίπτωση η ομογενής Εξ. (2.16) γράφεται με τον συντελεστή k^{*2} αντί του q^2 κάτι που καταδεικνύει ότι η μαθηματική ποσότητα $(qH)_n$ ταυτίζεται με την αδιάστατη ιδιοσυχνότητα $(\omega H / V_s)$ της εδαφικής στρώσης. Οι ιδιοσυχνότητες της απόκρισης του ελεύθερου πεδίου προκύπτουν εύκολα από τη σχέση

$$\omega_n = n \frac{\pi V_s}{2H}, \text{ όπου } n = 1, 3, 5, \dots \tag{2.22}$$

Με αντικατάσταση της έκφρασης (2.21) στην πρώτη ομογενή Εξ. (2.14) λαμβάνεται η Εξ. (2.23) από την οποία προκύπτει η συνάρτηση $A(x)$ με τη μορφή της Εξ. (2.24)

$$\frac{d^2 A}{dx^2} - \frac{1}{\psi_e^2} \left[\left(\frac{n\pi}{2H} \right)^2 - k^{*2} \right] A(x) = 0 \tag{2.23}$$

$$A_n(x) = C_{3n} e^{-a_n x} + C_{4n} e^{+a_n x} \tag{2.24}$$

όπου ο σταθερός συντελεστής a_n δίνεται από την Εξ. (2.25) στην οποία υπεισέρχεται η θεμελιώδης κυκλική ιδιοσυχνότητα του μέσου στο μακρινό πεδίο, $\omega_1 = \pi V_s / 2H$

$$a_n^2 = \frac{1}{\psi_c^2} \left[\left(\frac{n\pi}{2H} \right)^2 - k^{*2} \right] = \left(\frac{n\pi}{2H\psi_c^2} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{1}{n} \frac{\omega}{\omega_1} \right)^2 \frac{1}{1+i\delta} \right] \tag{2.25}$$

Η λύση (2.24) οφείλει να είναι πεπερασμένη στο άπειρο, συνεπώς η σταθερά που πολλαπλασιάζει το θετικό εκθετικό οφείλει να μηδενίζεται, δηλαδή $C_{4n} = 0$. Επομένως η λύση της ομογενούς Εξ. (2.13) απλοποιείται στην Εξ. (2.26)

$$u_n(x, y) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} C_{3n} e^{-a_n x} \sin\left(\frac{n\pi y}{2H}\right) \tag{2.26}$$

Για να προκύψει η ειδική λύση της διαφορικής Εξ. (2.11), αναπτύσσεται ο σταθερός όρος της επιτάχυνσης, \ddot{X}_g σε ημιτονική σειρά Fourier σύμφωνα με την Εξ. (2.27) στην οποία το άθροισμα στο δεξιό μέλος εκφράζει το σχετικό ανάπτυγμα της μονάδας. Βάσει του αναπτύγματος (2.27), η μη ομογενής Εξ. (2.11) γράφεται για τη συνιστώσα n στη μορφή της Εξ. (2.28).

$$\ddot{X}_g = \ddot{X}_g \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi y}{2H}\right) \tag{2.27}$$

$$\frac{d^2 A_n(x)}{dx^2} - a_n^2 A_n(x) = \frac{4}{n\pi\psi_c^2 V_s^{*2}} \ddot{X}_g \tag{2.28}$$

Παρατηρώντας ότι ο μη ομογενής όρος δεν εξαρτάται από τη μεταβλητή x , υποθέτουμε την απλή λύση της μορφής D_n , η οποία προσδιορίζεται με απλή αντικατάσταση ως

$$D_n = -\frac{16\ddot{X}_g}{\pi^3 V_s^2 (1+i\delta)} \frac{1}{n^3} \frac{1}{1 - \left(\frac{1}{n} \frac{\omega}{\omega_1} \right)^2 \frac{1}{1+i\delta}} \tag{2.29}$$

Η συνολική λύση λαμβάνεται κατά τα γνωστά, με επαλληλία ομογενούς και ειδικής λύσης, ενώ οι εναπομένουσες σταθερές C_{3n} υπολογίζονται από τη συνοριακή συνθήκη $u(0,y)=0$, δηλαδή αυτή της μηδενικής οριζόντιας μετακίνησης στην επιφάνεια του ανένδοτου τοίχου. Η τελική έκφραση της λύσης λαμβάνει τη μορφή της Εξ. (2.30), στην οποία ο όρος V_s^2 έχει αντικατασταθεί από το λόγο G/ρ , ενώ έχει εισαχθεί η αδιάστατη συχνότητα $\phi_n = \omega/n\omega_1$

$$u(x, y) = -\frac{16\rho\ddot{X}_g H^2}{\pi^3 G(1+i\delta)} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^3} \frac{1-e^{-a_n x}}{1-\phi_n^2+i\delta} \sin\left(\frac{n\pi y}{2H}\right) \quad (2.30)$$

Όταν η απόσταση από τον τοίχο τείνει στο άπειρο ($x \rightarrow \infty$), η Εξ. (2.30) απλοποιείται περαιτέρω με την απαλοιφή του εκθετικού όρου. Το πραγματικό μέρος της παραπάνω εξίσωσης εκφράζει τη συνιστώσα της απόκρισης που βρίσκεται σε φάση με τη διέγερση, ενώ το φανταστικό μέρος εκφράζει την αντίστοιχη συνιστώσα με διαφορά φάσης 90° . Οι δύο παράγοντες που συνεισφέρουν στο φανταστικό μέρος είναι η απόσβεση του εδαφικού υλικού, δ και η απόσβεση ακτινοβολίας, η οποία προέρχεται από την ικανότητα του ελαστικού μέσου να διασκορπίζει ελαστική ενέργεια με τη μορφή κυμάτων στο μακρινό πεδίο.

Η ύπαρξη της απόσβεσης του υλικού περιορίζει την τιμή της απόκρισης του εδαφικού στρώματος σε πεπερασμένες τιμές για όλες τις διεγείρουσες συχνότητες που είναι ίσες με τις φυσικές συχνότητες του εδαφικού στρώματος ($\phi_n=1,3,5,\dots$). Όσον αφορά την απόσβεση ακτινοβολίας, αυτή εξαρτάται από τη συχνότητα διέγερσης. Συγκεκριμένα, για διεγείρουσες συχνότητες μικρότερες από τη θεμελιώδη φυσική συχνότητα του εδαφικού στρώματος ($\phi_1 < 1$), ο εκθετικός όρος της απειροσειράς λαμβάνει πραγματικές τιμές για όλα τα n , και το εύρος των οριζοντίων μετακινήσεων αυξάνει μονοτονικά (εκθετικά) με την οριζόντια απόσταση από τον τοίχο μέχρι το μακρινό πεδίο, όπου λαμβάνει τη μέγιστη τιμή του. Η απουσία οποιουδήποτε μιγαδικού όρου, επιβεβαιώνει το γεγονός ότι δεν μπορεί να διασκορπιστεί ενέργεια με τη μορφή ελαστικών κυμάτων μακριά από τον τοίχο. Αντίθετα, για συχνότητες διέγερσης μεγαλύτερες από τη θεμελιώδη φυσική συχνότητα του εδαφικού στρώματος ($\phi_1 > 1$), οι εκθετικοί όροι γίνονται είτε μιγαδικοί, είτε αρνητικοί πραγματικοί αριθμοί. Συνεπώς σε αυτή την περίπτωση, λόγω της υπέρθεσης των λύσεων το εύρος των οριζόντιων μετακινήσεων δεν έχει φθίνουσα τάση, παρότι το x τείνει στο άπειρο. Το γεγονός αυτό εκφράζει την υπέρθεση των μετακινήσεων από ελαστικά κύματα τα οποία εκπέμπονται

από τον τοίχο και από κύματα που εκπέμπονται από το βράχο και ανακλώνται στην ελεύθερη επιφάνεια του εδάφους.

Οι κατακόρυφες μετακινήσεις λαμβάνονται με αντικατάσταση της Εξ. (2.30) στην Εξ. (2.7) και στη συνέχεια ολοκλήρωση κατά y , οπότε προκύπτει η Εξ. (2.31), από την οποία προκύπτει ότι αυτές λαμβάνουν τη μέγιστη τιμή τους πάνω στον τοίχο ($x = 0$), ενώ μηδενίζονται σε άπειρη (θεωρητικά) απόσταση από αυτόν.

$$v(x, y) = \frac{16\psi_v \rho \ddot{X}_g H^2}{\pi^3 G(1+i\delta)} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^3} \frac{\frac{2\psi_e a_n e^{-a_n x}}{1-\varphi_n^2+i\delta}}{1-\varphi_n^2+i\delta} \left(1 - \cos \frac{n\pi}{2} y\right) \quad (2.31)$$

όπου $\psi_v = v/\sqrt{(1-v)(2-v)}$ ο αντίστοιχος συντελεστής συμπίεστότητας.

Με αντικατάσταση των Εξ. (2.30) και (2.31) στις Εξ. (2.8) λαμβάνονται οι εκφράσεις (2.32) και (2.33) για τις ορθές και διατμητικές τάσεις.

$$\sigma(x, y) = \frac{8\psi_\sigma}{\pi^2} \rho \ddot{X}_g H(1+i\delta) \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2} \frac{\frac{2\psi_e a_n e^{-a_n x}}{1-\varphi_n^2+i\delta}}{1-\varphi_n^2+i\delta} \sin \frac{n\pi}{2} y \quad (2.32)$$

$$\tau(x, y) = -\frac{8}{\pi^2} \rho \ddot{X}_g H \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left[\frac{(1+i\delta)(1-e^{-a_n x})}{1-\varphi_n^2+i\delta} \cos \frac{n\pi}{2} y + \frac{v}{2-v} e^{-a_n x} \left(1 - \cos \frac{n\pi}{2} y\right) \right] \quad (2.33)$$

όπου $\psi_\sigma = 2/\sqrt{(1-v)(2-v)}$ ένας τρίτος συντελεστής συμπίεστότητας.

Πρέπει να τονιστεί ότι εξαιτίας της προσεγγιστικής φύσης της λύσης, δεν ικανοποιούνται ούτε η ισορροπία στην κατακόρυφη διεύθυνση, ούτε η συνοριακές συνθήκες των διατμητικών τάσεων στην ελεύθερη επιφάνεια και τη διεπιφάνεια τοίχου εδάφους. Συγκεκριμένα για $x=0$, δηλαδή για σημεία στη διεπιφάνεια τοίχου – εδάφους, το πρώτο μέρος του αθροίσματος στην απειροσειρά της Εξ. (2.33) γίνεται ίσο με το μηδέν, ενώ στο δεύτερο μέρος ο εκθετικός όρος γίνεται ίσος με τη μονάδα. Έτσι λοιπόν οι διατμητικές τάσεις και οι κατακόρυφες μετακινήσεις (Εξ. 2.31) είναι μη μηδενικές και ανάλογες του λόγου του Poisson, με αποτέλεσμα οι συνθήκες στη διεπιφάνεια να μην αντιστοιχούν ούτε σε απόλυτα τραχύ τοίχο ($u(0,y) = 0$ και $v(0,y) = 0$) ούτε σε απόλυτα λείο τοίχο ($\tau_{xy}(0,y) = 0$). Με

παρόμοιο τρόπο αποδεικνύεται ότι πάντοτε προκύπτει μια πεπερασμένη τιμή διάτμησης στην ελεύθερη επιφάνεια.

Παρόλα αυτά, σε αντίθεση με τις μεθόδους οριακής ανάλυσης στις οποίες η συνοριακή συνθήκη αστοχίας της διεπιφάνειας και η εξασφάλιση της ισορροπίας αποτελούν ουσιαστικά στοιχεία της λύσης, στην περίπτωση που εξετάζεται εδώ, αυτές οι παραβιάσεις έχουν αποδεδειγμένα μικρή μόνο επίδραση στα αποτελέσματα (Veletsos & Younan, 1994a; Mylonakis, 2001a). Επίσης, για τους ίδιους λόγους αγνοείται η περίπτωση αποκόλλησης τοίχου εδάφους, η οποία είναι σημαντική για άλλου είδους συστήματα με μεγαλύτερη ενδοσιμότητα (πχ. πασσαλότοιχο).

Η συνολική τέμνουσα (τέμνουσα βάσης) στον τοίχο προκύπτει με ολοκλήρωση καθ' ύψος των ορθών τάσεων πάνω στον τοίχο, $\sigma(0,y)$ (Εξ. 2.34). Η Εξ. (2.35) δίνει την αντίστοιχη ροπή ως προς τη βάση, ενώ το πηλίκο των δύο παραμέτρων (Εξ. 2.36) το σημείο εφαρμογής της ώθησης.

$$Q_b = -\frac{16\psi_\sigma}{\pi^3} \rho \ddot{X}_g H^2 \sqrt{1+i\delta} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^3} \frac{1}{\sqrt{1-\phi_n^2+i\delta}} \quad (2.34)$$

$$M_b = -\frac{32\psi_\sigma}{\pi^4} \rho \ddot{X}_g H^3 \sqrt{1+i\delta} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{(n-1)/2}}{n^3} \frac{1}{\sqrt{1-\phi_n^2+i\delta}} \quad (2.35)$$

$$\frac{h}{H} = \frac{2}{\pi} \left(\sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{(n-1)/2}}{n^3} \frac{1}{\sqrt{1-\phi_n^2+i\delta}} \right) / \left(\sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^3} \frac{1}{\sqrt{1-\phi_n^2+i\delta}} \right) \quad (2.36)$$

Τα αρνητικά πρόσημα στις παραπάνω σχέσεις υποδηλώνουν θλιπτικές τάσεις στον τοίχο για θετική επιτάχυνση στο βράχο. Για εδαφικό υλικό χωρίς απόσβεση ($\delta=0$), οι όροι των απειροσειρών μέσα στην τετραγωνική ρίζα των εξισώσεων (2.34)-(2.36) γίνονται μιγαδικοί για $\phi_n > 1$ (δηλ. για τιμές του $\omega > \omega_1$). Επίσης μέσα στις απειροσειρές οι όροι είναι ανεξάρτητοι του λόγου Poisson. Συνεπώς η εξάρτηση των τάσεων και των δυνάμεων πάνω στον τοίχο από το δείκτη ν γίνεται μόνο μέσω του συντελεστή συμπιεστότητας ψ_σ .

Για ψευδοστατικές συνθήκες ($\omega = 0$), που αντιστοιχούν σε σταθερή δύναμη πεδίου στο επίχωμα και λόγο Poisson $\nu = 0.3$, η εδαφική ώθηση ανά μέτρο μήκους του τοίχου, Q_b^{st} , υπολογίζεται στα $-0.995\rho\ddot{X}_g H^2$, τιμή που αντιστοιχεί σχεδόν τέλεια στην αδρανειακή δύναμη

που ασκείται σε μια εδαφική μάζα τετραγωνικής διατομής και διαστάσεων ($H \times H$). Σημειώνεται ότι η θεώρηση ψευδοστατικής φόρτισης, παρότι αποτελεί εξιδανικευμένη κατάσταση (η επιβολή επιτάχυνσης υπό μηδενική συχνότητα ως διέγερση στη βάση θα απαιτούσε άπειρη μετακίνηση), είναι χρήσιμη για την απευθείας σύγκριση με τις κλασικές λύσεις της οριακής ανάλυσης. Επίσης, ανεξάρτητα από την άπειρη μετακίνηση της βάσης για $\omega = 0$, η σχετική μετακίνηση $u(x,y)$ στο εδαφικό στρώμα είναι πάντοτε πεπερασμένη.

Η παραπάνω λύση των Veletsos & Younan (1994a) έχει επεκταθεί για εύκαμπτο και στροφικώς ενδόσιμο τοίχο (Veletsos & Younan, 1994b; Veletsos et al., 1995; Younan & Veletsos, 2000; Li, 1999).

2.2 ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΗ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Όπως παρουσιάστηκε στην προηγούμενη ενότητα, η αναλυτική λύση της Εξ. (2.11) που αναπτύχθηκε από τους Veletsos & Younan (1994a) εκφράζεται στην πολύπλοκη μορφή τριγωνομετρικών απειροσειρών, μέσω αναπτυγμάτων ιδιομορφών ελεύθερου πεδίου ως προς την κατακόρυφη συντεταγμένη y . Η πολυπλοκότητα του προβλήματος αυξάνεται στην περίπτωση εύκαμπτων ή στροφικώς ενδόσιμων τοίχων, ενώ η χρήση τέτοιων λύσεων γίνεται ιδιαίτερα δυσχερής στην περίπτωση ανομοιογενούς εδάφους, όπως για παράδειγμα έδαφος αυξανόμενης σφιγρότητας με το βάθος.

Για τους παραπάνω λόγους, εξετάζεται μια απλούστερη εναλλακτική προσέγγιση η οποία βασίζεται σε μια ειδική ολοκληρωματική τεχνική: αντί η διαφορική εξίσωση κίνησης να επιλύεται απευθείας, πρώτα ολοκληρώνεται κατά μήκος της κατακόρυφης διεύθυνσης ώστε να μετατραπεί σε συνήθη διαφορική εξίσωση η οποία επιδέχεται στοιχειώδεις λύσεις. Σκοπός αυτής της ανάλυσης είναι η εξαγωγή μιας απλούστερης, πλην όμως ουσιαστικά ακριβούς λύσης, κατάλληλης για πρακτικούς υπολογισμούς. Πέρα από απλή λύση, η προτεινόμενη μεθοδολογία παρέχει ένα χρήσιμο εργαλείο για την ανάλυση πιο σύνθετων προβλημάτων ωθήσεως γαιών. Οι περιπτώσεις που εξετάζονται στη συνέχεια, έχουν αναλυθεί με τη συγκεκριμένη τεχνική στο πλαίσιο Διδακτορικής διατριβής (Κλουκίνας 2012) και Διπλωματικής εργασίας (Λαγγούσης, 2005) που εκπονήθηκαν στο Εργαστήριο Γεωτεχνικής Μηχανικής του Πανεπιστημίου Πατρών.

Θεμελιώδης υπόθεση της προτεινόμενης λύσης είναι ότι το πεδίο των μετατοπίσεων μπορεί να εκφραστεί, όπως και πριν, στη μορφή χωριζόμενων μεταβλητών

$$u(x, y) = X(x) \Phi(y) \tag{2.37}$$

όπου τώρα η $X(x)$ είναι μια άγνωστη συνάρτηση με διαστάσεις μήκους της μεταβλητής x και $\Phi(y)$ μια γνωστή αδιάστατη συνάρτηση της μεταβλητής y , η οποία ικανοποιεί τις γεωμετρικές συνοριακές συνθήκες

$$\Phi(0)=0 \text{ και } \Phi(H)=1 \tag{2.38}$$

δηλαδή μηδενική μετακίνηση στη διεπιφάνεια βράχου-εδάφους και μοναδιαία μετακίνηση στην επιφάνεια του εδαφικού στρώματος, αντίστοιχα. Σημειώνεται ότι η συνάρτηση Φ δεν είναι απαραίτητο να ικανοποιεί τη φυσική συνοριακή συνθήκη $\Phi'(H)=0$ στο ελεύθερο πεδίο. Όπως αποδεικνύεται παρακάτω, η συνάρτηση $\Phi(y)$ χρησιμοποιείται με την έννοια της συνάρτησης σχήματος στις ενεργειακές μεθόδους της Μηχανικής του Στερεού.

Στις ενότητες που ακολουθούν, η εναλλακτική μεθοδολογία εφαρμόζεται σε άκαμπτους τοίχους με ομοιογενή και ανομοιογενή με το βάθος, εδαφική στρώση.

2.2.1 Άκαμπτος Τοίχος με Ομοιογενές Έδαφος

Στην περίπτωση ομοιογενούς εδαφικής στρώσης (Σχ. 2.1), η εδαφική μετατόπιση πίσω από τον τοίχο περιγράφεται από την εξίσωση (2.9), η οποία με θεώρηση αρμονικής διέγερσης μεταπίπτει στην απλούστερη μορφή της Εξ. (2.11).

Σύμφωνα με την προτεινόμενη μεθοδολογία, η απαλοιφή της μεταβλητής y από την Εξ.(2.11) γίνεται με πολλαπλασιασμό της εξίσωσης με τη συνάρτηση $\Phi(y)$ και ολοκλήρωση κατά την κατακόρυφη διεύθυνση.

$$X \int_0^H \frac{d^2 \Phi}{dy^2} \Phi dy + \left[\psi_e^2 \frac{d^2 X}{dx^2} - \left(\frac{\omega}{V_s \sqrt{1+i\delta}} \right)^2 X \right] \int_0^H \Phi^2 dy = \frac{\ddot{X}_g}{V_s^2 (1+i\delta)} \int_0^H \Phi dy \tag{2.39}$$

Προϋπόθεση για την απαλοιφή είναι ο περιορισμός του σφάλματος στον υπολογισμό της δεύτερης παραγώγου της προσεγγιστικής συνάρτησης $\Phi(y)$ και η ταυτόχρονη ικανοποίηση της συνοριακής συνθήκης $\tau(H)=0$ στην επιφάνεια. Για τον σκοπό αυτό ο πρώτος όρος στο

αριστερό μέλος της Εξ. (2.39) μπορεί να ολοκληρωθεί κατά παράγοντες ώστε να προκύψει η ασθενής μορφή της (Εξ. 2.40).

$$\int_0^H \frac{d}{dy} \left(\frac{d\Phi}{dy} \right) \Phi dy = \frac{d\Phi}{dy} \Phi \Big|_0^H - \int_0^H \left(\frac{d\Phi}{dy} \right)^2 dy \quad (2.40)$$

Λόγω των συνοριακών συνθηκών στη βάση και την κορυφή του εδαφικού στρώματος, ο πρώτος όρος στο δεξιό μέλος της Εξ. (2.40) που αντιστοιχεί στο έργο των τάσεων στα σύνορα του μέσου, είναι μηδέν. Σημειώνεται ότι ακόμα και όταν η συνάρτηση Φ δεν ικανοποιεί τη συνθήκη $\Phi'(H) = 0$ της ελεύθερης επιφάνειας (υπό την υπόθεση ότι $\partial v / \partial x \cong 0$), αυτή επιβάλλεται με την απαλοιφή του συγκεκριμένου όρου. Επομένως η Εξ. (2.11) καταλήγει στη συνήθη διαφορική Εξ. (2.41) η οποία γράφεται απλούστερα στη μορφή της Εξ. (2.42), με την αντικατάσταση των εκφράσεων (2.43α-γ)

$$\frac{d^2 X}{dx^2} - \left(\frac{1}{H\psi_e} \right)^2 \left[\frac{H^2 \int_0^H \Phi'^2 dy}{\int_0^H \Phi^2 dy} - \left(\frac{\omega H}{V_s \sqrt{1+i\delta}} \right)^2 \right] X = \frac{\int_0^H \Phi dy}{\int_0^H \Phi^2 dy} \frac{\ddot{X}_g}{\psi_e^2 V_s^2 (1+i\delta)} \quad (2.41)$$

$$\frac{d^2 X}{dx^2} - \frac{1}{(H\psi_e)^2} (a_{oc}^2 - a_o^2) X = \frac{\mathcal{L}}{\psi_e^2 V_s^2 (1+i\delta)} \ddot{X}_g \quad (2.42)$$

$$a_o = \frac{\omega H}{V_s \sqrt{1+i\delta}} \quad (2.43\alpha)$$

$$a_{oc}^2 = H^2 \int_0^H \Phi'^2 dy / \int_0^H \Phi^2 dy \quad (2.43\beta)$$

$$\mathcal{L} = \int_0^H \Phi dy / \int_0^H \Phi^2 dy \quad (2.43\gamma)$$

Οι εκφράσεις (2.43α-γ) δηλώνουν, αντίστοιχα, την αδιάστατη συχνότητα διέγερσης, την αδιάστατη συχνότητα αποκοπής ω_1 (πέρα από την οποία αρχίζουν να διαδίδονται οριζόντια κύματα στο επίχωμα) και έναν αδιάστατο συντελεστή, αντίστοιχο με τους ιδιομορφικούς συντελεστές συμμετοχής που απαντώνται στα κλασικά προβλήματα της δυναμικής των κατασκευών (Clough & Penzien, 1993). Αυτή η τεχνική χρησιμοποιήθηκε πρώτη φορά στη

Γεωτεχνική Μηχανική από τους Vlasov & Leontiev (1966) για τη στατική ανάλυση επιφανειακών θεμελίων που οδήγησε στο λεγόμενο διπαραμετρικό μοντέλο Winkler (Scott, 1981). Αργότερα επεκτάθηκε σε πασσάλους από τους Georgiadis & Butterfield (1982) και τον Mylonakis (2001b). Στην παρούσα εργασία, η τεχνική χρησιμοποιείται με κάπως διαφορετικό τρόπο. Ενώ στις προαναφερθείσες μελέτες η ολοκλήρωση εκτελείτο κάθετα στη διεπιφάνεια θεμελίου - εδάφους (δηλαδή στην κατακόρυφη διεύθυνση για επιφανειακό θεμέλιο και στην οριζόντια για πάσσαλο), εδώ η ολοκλήρωση εκτελείται παράλληλα προς τη διεπιφάνεια τοίχου – εδάφους (Κλουκίνας 2012). Όπως θα φανεί στη συνέχεια αυτός ο χειρισμός οδηγεί σε εδαφικό μοντέλο μόνο μίας παραμέτρου, το οποίο εκφράζεται μέσω εξαρτώμενων από τη συχνότητα ελατηρίων Winkler.

Η Εξ. (2.42) ακριβώς όπως και η (2.11) επιτρέπει λύση της μορφής

$$X(x) = Ae^{+mx} + Be^{-mx} - \frac{\mathcal{L}}{a_{oc}^2 - a_o^2} \frac{H^2 \ddot{X}_g}{V_s^{*2}} \quad (2.44)$$

όπου $m = \sqrt{a_{oc}^2 - a_o^2} / H\psi_e = a_{oc} \sqrt{1 - (\omega / \omega_1 \sqrt{1 + i\delta})^2} / H\psi_e$, ενώ οι συντελεστές A και B προσδιορίζονται από τις συνοριακές συνθήκες, οι οποίες επιβάλλουν μηδενική μετακίνηση πάνω στον τοίχο και πεπερασμένη μετακίνηση μακριά από αυτόν.

$$X(x \rightarrow \infty) = \text{πεπερασμένο} \quad (2.45\alpha)$$

$$X(x \rightarrow 0) = 0 \quad (2.45\beta)$$

Η εφαρμογή της πρώτης συνθήκης μηδενίζει τον συντελεστή A που πολλαπλασιάζει το θετικό εκθετικό στην Εξ. (2.44), ενώ με τη δεύτερη συνοριακή συνθήκη υπολογίζεται ο συντελεστής B συναρτήσει του τρίτου όρου και λαμβάνεται η τελική λύση (Εξ. 2.46), η οποία εκφράζει τη μεταβολή των μετακινήσεων με την οριζόντια απόσταση από τον τοίχο.

$$X(x) = - \frac{\mathcal{L}}{a_{oc}^2 - a_o^2} \frac{\rho H^2 \ddot{X}_g}{G(1+i\delta)} \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{\psi_e} \sqrt{a_{oc}^2 - a_o^2} \frac{x}{H}\right) \right] \quad (2.46)$$

Ολόκληρη η λύση προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό της (2.46) με την εξίσωση $\Phi(y)$, σύμφωνα με την Εξ. (2.37). Σε μεγάλες αποστάσεις από τον τοίχο ο εκθετικός όρος εξαφανίζεται και η λύση συγκλίνει στην απόκριση του ελεύθερου πεδίου. Η ίδια έκφραση

μπορεί να προκύψει και με απλή άλγεβρα από την Εξ. (2.42), αν απαλειφθεί ο όρος dX^2/dx^2 , με την ιδιότητα ότι η απόκριση του ελεύθερου πεδίου είναι ανεξάρτητη της μεταβλητής x .

Οι εδαφικές ώθήσεις πάνω στον τοίχο προκύπτουν από την αντικατάσταση της λύσης στην Εξ. (2.47) (Veletsos & Younan, 1994a)

$$\sigma_x(y) = \psi_o^2 G^* \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = -\frac{\psi_o^2}{\psi_e} G(1+i\delta) \left(\frac{\mathcal{L}}{\sqrt{a_{oc}^2 - a_o^2}} \frac{H\ddot{X}_g}{V_s^2(1+i\delta)} \right) \Phi(y) \quad (2.47)$$

όπου ο συντελεστής $\psi_o^2 = 2 / 1 - \nu$ διαιρούμενος με τον συντελεστή ψ_e δίνει το συντελεστή ψ_o της Εξ. (2.32) και (2.34) της λύσης Veletsos & Younan.

Η συνολική ώθηση Q_b και το σημείο εφαρμογής της υπολογίζεται με τις αντίστοιχες ολοκληρώσεις, σύμφωνα με τις Εξ. (2.48) και (2.49). Σημειώνεται ότι η λύση αφορά την επίδραση της σεισμικής δράσης και όχι τη γεωστατική ώθηση.

$$Q_b = -\frac{\psi_o^2}{\psi_e} \frac{\mathcal{L} S_0}{\sqrt{a_{oc}^2 - a_o^2}} \rho H^2 \ddot{X}_g \quad (2.48)$$

$$\frac{h}{H} = \frac{S_1}{S_0} \quad (2.49)$$

όπου S_n τα αντίστοιχα ολοκληρώματα για $n = 0$ και 1, της μορφής της Εξ.(2.50)

$$S_n = \frac{1}{H^{n+1}} \int_0^H \Phi y^n dy \quad (2.50)$$

Ο υπολογισμός των ολοκληρωμάτων S_n απαιτεί την επιλογή μιας κατάλληλης συνάρτησης σχήματος $\Phi(y)$. Στον Πίνακα 2.1 παρουσιάζονται χαρακτηριστικές τιμές των λύσεων για συναρτήσεις σχήματος γραμμικής, ημιτονικής και παραβολικής μορφής. Όπως φαίνεται από τη σύγκριση των τιμών, οι διαφορετικές συναρτήσεις σχήματος παρέχουν αρκετά παρόμοια αποτελέσματα.

Πίνακας 2.1 Σύγκριση λύσεων για διαφορετικές συναρτήσεις σχήματος $\Phi(y)$

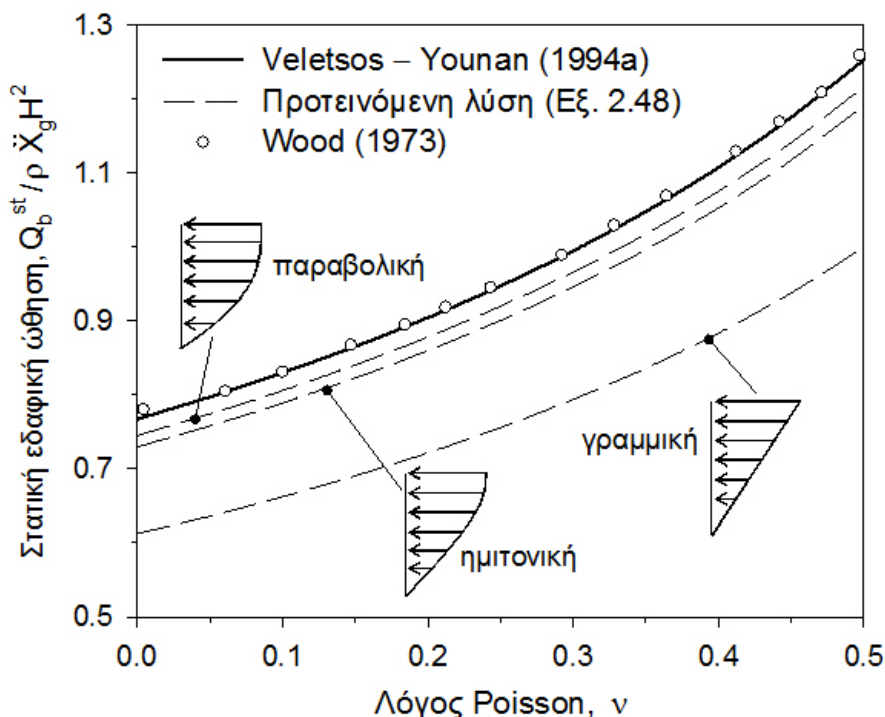
Συνάρτηση Σχήματος, $\Phi(y)$		a_{oc}	\mathcal{L}	$ Q_b^{st} / (\psi_{\sigma} \rho H^2 \ddot{X}_g)$	h/H
Γραμμική	y/H	$\sqrt{3}$	$3/2$	$\sqrt{3}/4$	$2/3$
Ημιτονοειδής	$\sin(\pi y/2H)$	$\pi/2$	$4/\pi$	$16/\pi^3$	$2/\pi$
Παραβολική	$(y/H) (2-y/H)$	$\sqrt{5/2}$	$5/4$	$\sqrt{10}/6$	$5/8$

Στο Σχ. 2.3 απεικονίζεται η ακρίβεια της προτεινόμενης λύσης, βάσει των συναρτήσεων σχήματος του Πίνακα 2.1, για ώθηση σε ανένδοτο τοίχο υπό ψευδοστατικές συνθήκες, σε σχέση με τα αποτελέσματα της αναλυτικής λύσης Veletsos & Younan, (1994a) και των αριθμητικών αποτελεσμάτων του Wood, (1973). Τα αποτελέσματα της παρούσας λύσης για την ημιτονική συνάρτηση σχήματος πρακτικά ταυτίζονται με αυτά της λύσης Veletsos & Younan και βρίσκονται πολύ κοντά σε αυτά του Wood, με μέγιστη απόκλιση της τάξης του 3%. Ικανοποιητικά συμπεριφέρονται και οι άλλες δύο συναρτήσεις σχήματος, ακόμα και η απλή γραμμική.

Στις συγκρίσεις που ακολουθούν χρησιμοποιείται μόνο η ημιτονική συνάρτηση $\Phi(y) = \sin(\pi y/2H)$, η οποία είναι και η πλέον εύλογη από φυσικής σκοπιάς, καθώς αντιστοιχεί στη θεμελιώδη ιδιομορφή, η οποία συμβάλει στην απόκριση του εδαφικού στρώματος. Για τη συγκεκριμένη συνάρτηση και τις τιμές που αντιστοιχούν στα a_{oc} , \mathcal{L} , S_o και S_I από τον Πίνακα 2.1, η ώθηση υπό στατικές συνθήκες ($\omega = 0$) γίνεται

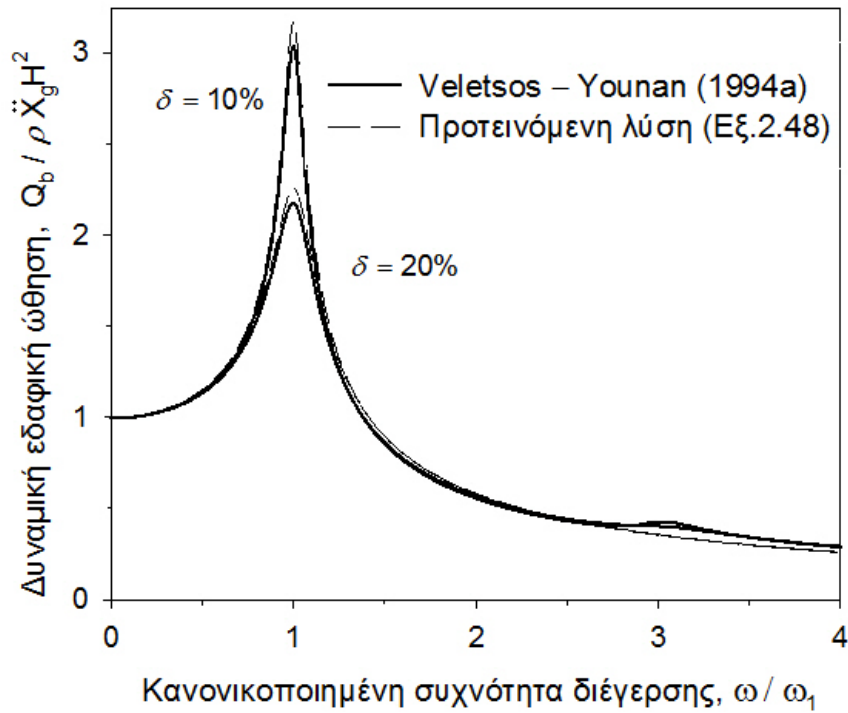
$$Q_b^{st} = -\frac{32}{\pi^3} \frac{I}{\sqrt{(2-\nu)(1-\nu)}} \rho H^2 \ddot{X}_g \tag{2.51}$$

ενώ το σημείο εφαρμογής της βρίσκεται σε ύψος $h/H = 2/\pi$. Για λόγο Poisson $\nu = 0.30$, η Εξ. (2.51) δίνει το αποτέλεσμα $Q_b^{st} = -0.979 \rho H^2 \ddot{X}_g$ το οποίο διαφέρει από την πιο ακριβή τιμή $-0.995 \rho H^2 \ddot{X}_g$ της λύσης Veletsos & Younan μόνο κατά 1.6%.

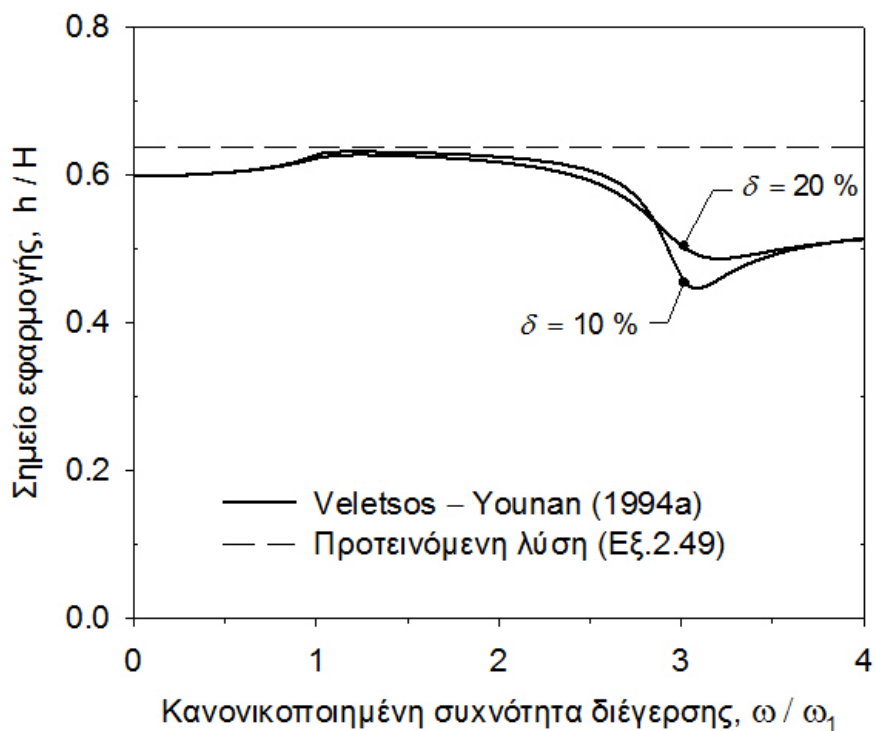


Σχήμα 2.3 Σύγκριση της προτεινόμενης λύσης με τις λύσεις Veletsos & Younan και Wood για τη στατική τιμή της ώθησης σε άκαμπτο τοίχο, ως συνάρτηση του λόγου Poisson, για διάφορες συναρτήσεις σχήματος

Στο Σχ. 2.4 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τη μεταβολή της δυναμικής ώθησης με τη συχνότητα διέγερσης. Η σύγκριση με την αναλυτική λύση Veletsos & Younan είναι εξαιρετική, με μέγιστη απόκλιση στο συντονισμό της τάξεως του 5%. Φυσιολογικά, η προτεινόμενη λύση αγνοεί το δεύτερο συντονισμό ($\omega / \omega_1=3$), δεδομένης της προσεγγιστικής φύσης της, χωρίς ωστόσο σημαντικό σφάλμα. Στο Σχ. 2.5 απεικονίζονται τα αποτελέσματα για τη θέση του σημείου εφαρμογής της ώθησης, ως συνάρτηση της συχνότητας διέγερσης. Η προτεινόμενη λύση προβλέπει σταθερό ύψος $h/H = (2/\pi) = 0.637$, που οφείλεται στην προεπιλεγμένη συνάρτηση σχήματος, ανεξάρτητα της συχνότητας. Παρ' όλα αυτά βρίσκεται σε καλή συμφωνία με τη λύση Veletsos & Younan με απόκλιση λιγότερη του 10% για λόγους συχνοτήτων διέγερσης (ω / ω_1) μικρότερους του 2.



Σχήμα 2.4 Σύγκριση της προτεινόμενης λύσης με την αντίστοιχη των Veletsos & Younan για τη δυναμική ώθηση, ως συνάρτηση της συχνότητας διέγερσης, λόγος Poisson, $\nu = 0.3$



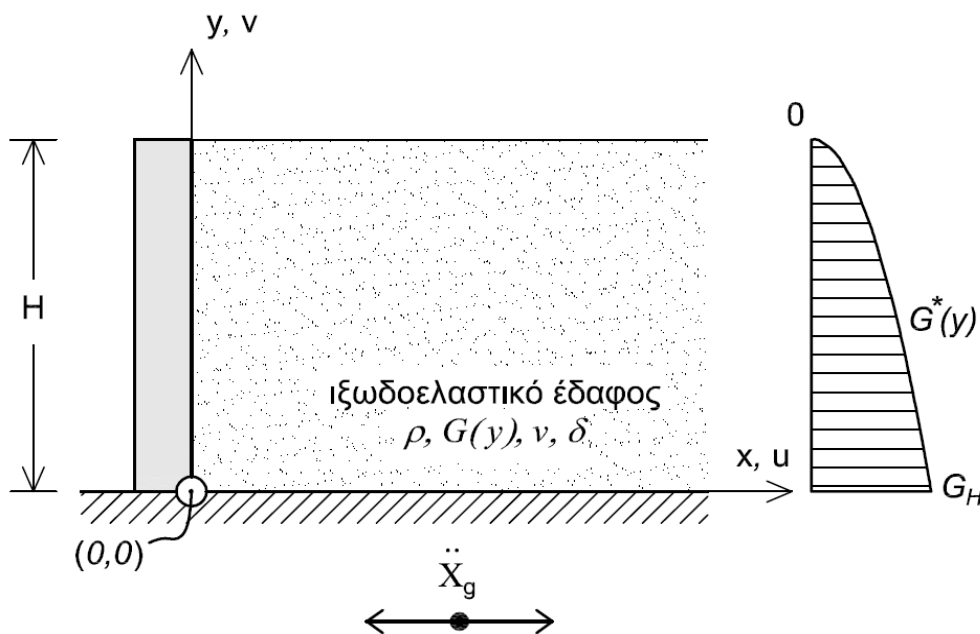
Σχήμα 2.5 Σύγκριση της προτεινόμενης λύσης με τη λύση Veletsos & Younan για το σημείο εφαρμογής της ώθησης, ως συνάρτηση της συχνότητας διέγερσης, $\nu = 0.3$

2.2.2 Άκαμπτος Τοίχος με Ανομοιογενές με το Βάθος Έδαφος

Το υπό εξέταση σύστημα διαφοροποιείται από αυτό που παρουσιάστηκε στην κλασική διατύπωση του προβλήματος, μόνο ως προς την εδαφική στρώση η οποία θεωρείται ανομοιογενής, με μεταβλητή (αυξανόμενη) στιφρότητα με το βάθος (Σχ. 2.6). Πιο συγκεκριμένα, ημιάπειρο εδαφικό στρώμα από ιξωδοελαστικό εδαφικό υλικό με στιφρότητα μεταβαλλόμενη παραβολικά με το βάθος σύμφωνα με τη σχέση (2.52), ελεύθερο στην άνω επιφάνειά του και δεσμευμένο στην κάτω, συγκρατείται στο αριστερό άκρο του από ανένδοτο τοίχο ύψους H , ο οποίος είναι πακτωμένος στον υποκείμενο βράχο.

$$G^*(y) = G_H \left(\frac{H - y}{H} \right)^n (1 + i\delta) \tag{2.52}$$

Τοίχος και έδαφος διεγείρονται ταυτόχρονα από οριζόντια αρμονική σεισμική διέγερση $\ddot{x}_g(t) = \ddot{X}_g e^{i\omega t}$ η οποία επιβάλλεται στη βάση του στρώματος. Οι ιδιότητες του εδάφους ορίζονται από την πυκνότητα ρ , το μέτρο ελαστικότητας $E^*(y)$, το οποίο αντιστοιχεί στο προαναφερθέν μέτρο διάτμησης $G^*(y)$, τον λόγο Poisson ν και τον δείκτη απόσβεσης του εδαφικού υλικού δ , ο οποίος λαμβάνεται ίδιος για διατμητικές και ορθές παραμορφώσεις και είναι ανεξάρτητος της συχνότητας ω . Τέλος, το έδαφος βρίσκεται σε κατάσταση επίπεδης παραμόρφωσης (δηλαδή $\epsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$).



Σχήμα 2.6 Δυναμική διέγερση απειρομήκου ανομοιογενούς με το βάθος εδαφικού στρώματος αντιστηριζόμενου από άκαμπτο, ανένδοτο τοίχο.

Η διαφορική εξίσωση που περιγράφει την οριζόντια μετατόπιση του αντιστηριζόμενου ανομοιογενούς εδάφους διαφέρει από την Εξ. (2.9), μόνο ως προς το δεύτερο όρο του αριστερού μέλους ο οποίος αναφέρεται στην παράγωγο της διατμητικής τάσης ως προς y και περιλαμβάνει τη σχέση για το μέτρο διάτμησης, $G^*(y)$. Πιο συγκεκριμένα, η πρώτη παράγωγος της διατμητικής τάσης έχει τη μορφή της εξίσωσης (2.53α). Με εφαρμογή των κανόνων παραγωγίσης μετατρέπεται στην (2.53β) και απλοποιείται με χρήση των παραδοχών των Veletsos & Younan (1994a), Εξ. (2.7) και $\partial v / \partial x = 0$, στη σχέση (2.53γ)

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[G^*(y) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \quad (2.53\alpha)$$

$$= \frac{\partial}{\partial y} \left[G^*(y) \frac{\partial u}{\partial y} \right] + \frac{\partial G^*(y)}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + G^*(y) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \quad (2.53\beta)$$

$$= \frac{\partial}{\partial y} \left[G^*(y) \frac{\partial u}{\partial y} \right] - G^*(y) \frac{v}{1-\nu} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2.53\gamma)$$

Αντικαθιστώντας τη σχέση (2.53γ) στην εξίσωση ισορροπίας (2.1α) και βάση της σχέσης (2.6α) προκύπτει

$$\psi_e^2 G^*(y) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y} \left[G^*(y) \frac{\partial u}{\partial y} \right] - \rho \omega^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \rho \frac{\partial^2 x_g}{\partial t^2} \quad (2.54)$$

όπου ο δεύτερος όρος της (2.53γ) έχει προστεθεί στην πρώτη παράγωγο ως προς x , της ορθής τάσης σ_x για να δώσει τον όρο $\psi_e^2 G^*(y)$ στον οποίο, ο συντελεστής ψ_e

$$\psi_e^2 = \frac{2-\nu}{1-\nu} \quad (2.55)$$

εκφράζει έναν αδιάστατο συντελεστή συμπίεστικότητας που προκύπτει βάσει της συγκεκριμένης απλοποιητικής παραδοχής. Για αρμονική διέγερση της μορφής $\ddot{x}_g(t) = \ddot{X}_g e^{i\omega t}$, η εδαφική μετατόπιση γράφεται στη διαχωρισμένη μορφή $u(x, y, t) = u(x, y) e^{i\omega t}$, με αποτέλεσμα η εξίσωση κίνησης (2.54) να μεταπίπτει στην απλούστερη μορφή της Εξ. (2.56).

$$\psi_e^2 G^*(y) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y} \left[G^*(y) \frac{\partial u}{\partial y} \right] + \rho \omega^2 u = \rho \ddot{X}_g \quad (2.56)$$

Λαμβάνοντας υπ' όψιν τη βασική υπόθεση της εναλλακτικής μεθοδολογίας $u(x, y) = X(x)\Phi(y)$, το πεδίο των μετατοπίσεων εκφράζεται σε μορφή χωριζόμενων μεταβλητών και η εξίσωση κίνησης παίρνει την παρακάτω μορφή.

$$\psi_e^2 G^*(y) \frac{d^2 X(x)}{dx^2} \Phi(y) + \frac{d}{dy} \left[G^*(y) \frac{d\Phi}{dy} \right] X(x) + \rho \omega^2 X(x)\Phi(y) = \rho \ddot{X}_g \quad (2.57)$$

όπου $X(x)$ είναι μια άγνωστη συνάρτηση με διαστάσεις μήκους ως προς τη μεταβλητή x και $\Phi(y)$ μια γνωστή, αδιάστατη συνάρτηση της μεταβλητής y η οποία ικανοποιεί τις ουσιώδεις γεωμετρικές συνοριακές συνθήκες, στην κορυφή και στη βάση της στρώσης, αντίστοιχα.

$$\Phi(0)=0 \text{ και } \Phi(H)=1 \quad (2.58a,b)$$

Σημειώνεται ότι η συνάρτηση Φ δεν είναι απαραίτητο να ικανοποιεί τη φυσική συνοριακή συνθήκη $\Phi'(H)=0$ στο ελεύθερο πεδίο.

Η εξίσωση (2.57) απλοποιείται περαιτέρω με απαλοιφή της μεταβλητής y , η οποία όπως αναφέρθηκε και στην προηγούμενη ενότητα, γίνεται με πολλαπλασιασμό της εξίσωσης με τη συνάρτηση $\Phi(y)$ και ολοκλήρωση κατά την κατακόρυφη διεύθυνση

$$\begin{aligned} H^2 \psi_e^2 \frac{d^2 X}{dx^2} \int_0^H G^*(y) \Phi^2(y) dy + H^2 \left\{ \int_0^H \frac{d}{dy} \left[G^*(y) \left(\frac{d\Phi}{dy} \right) \right] \Phi(y) dy + \rho \omega^2 \int_0^H \Phi^2(y) dy \right\} X(x) = \\ = \rho \ddot{X}_g H^2 \int_0^H \Phi(y) dy \end{aligned} \quad (2.59)$$

Προϋπόθεση για την απαλοιφή είναι ο περιορισμός του σφάλματος στον υπολογισμό της δεύτερης παραγώγου της προσεγγιστικής συνάρτησης $\Phi(y)$ και η ταυτόχρονη ικανοποίηση της συνοριακής συνθήκης $\tau(H)=0$ στην ελεύθερη επιφάνεια. Ο δεύτερος όρος στο αριστερό μέλος της Εξ. (2.59) μπορεί να ολοκληρωθεί κατά παράγοντες ώστε να προκύψει η ασθενής μορφή της (Εξ. 2.60)

$$\int_0^H \frac{d}{dy} \left(\frac{d\Phi}{dy} \right) \Phi dy = \frac{d\Phi}{dy} \Phi \Big|_0^H - \int_0^H \left(\frac{d\Phi}{dy} \right)^2 dy \quad (2.60)$$

Λόγω των συνοριακών συνθηκών στη βάση και την κορυφή του εδαφικού στρώματος, ο πρώτος όρος στο δεξιό μέλος της Εξ. (2.60) είναι μηδέν. Όπως προαναφέρθηκε, ακόμα και όταν η συνάρτηση Φ δεν ικανοποιεί τη συνθήκη $\Phi'(H) = 0$ στην ελεύθερη επιφάνεια (υπό την υπόθεση ότι $\partial v / \partial x \cong 0$), αυτή επιβάλλεται με την απαλοιφή του συγκεκριμένου όρου. Επομένως η Εξ. (2.59) καταλήγει στη συνήθη διαφορική Εξ. (2.61) η οποία γράφεται απλούστερα στη μορφή της Εξ. (2.62) με την αντικατάσταση των εκφράσεων (2.64α-γ)

$$\frac{d^2 X}{dx^2} - \frac{I}{H^2 \psi_e^2} \left[\frac{H^2 \int_0^H G^*(y) \left(\frac{d\Phi}{dy} \right)^2 dy}{\int_0^H G^*(y) \Phi^2(y) dy} - \frac{\rho \omega^2 H^2}{G_H} \frac{\int_0^H \Phi^2(y) dy}{\int_0^H G^*(y) \Phi^2(y) dy} \right] X = \frac{\rho \ddot{X}_g}{G_H \psi_e^2} \frac{G_H \int_0^H \Phi(y) dy}{\int_0^H G^*(y) \Phi^2(y) dy} \quad (2.61)$$

$$\frac{d^2 X}{dx^2} - \frac{(a_{oc}^2 - a_o^2)}{H^2 \psi_e^2} X = \frac{\ddot{X}_g}{V_{SH}^2 \psi_e^2} \mathcal{L} \quad (2.62)$$

όπου V_{SH} η ταχύτητα διάδοσης διατμητικού κυμάτος στο έδαφος, η οποία ισούται με

$$V_{SH} = \sqrt{\frac{G_H}{\rho}} \quad (2.63)$$

$$a_{oc}^2 = \frac{H^2 \int_0^H G^*(y) \left(\frac{d\Phi}{dy} \right)^2 dy}{\int_0^H G^*(y) \Phi^2(y) dy} \quad (2.64\alpha)$$

$$a_o^2 = \left(\frac{\omega H}{V_{SH}} \right)^2 \frac{G_H \int_0^H \Phi^2(y) dy}{\int_0^H G^*(y) \Phi^2(y) dy} \quad (2.64\beta)$$

$$\mathcal{L} = \frac{G_H \int_0^H \Phi(y) dy}{\int_0^H G^*(y) \Phi^2(y) dy} \quad (2.64\gamma)$$

Όπου α_o η αδιάστατη συχνότητα διέγερσης, α_{oc} η αδιάστατη συχνότητα αποκοπής (πέρα από την οποία αρχίζουν να διαδίδονται κύματα στην οριζόντια διεύθυνση στο επίχωμα) και \mathcal{L} ένας αδιάστατος συντελεστής, αντίστοιχος με τους ιδιομορφικούς συντελεστές συμμετοχής που απαντώνται στα κλασικά προβλήματα της δυναμικής των κατασκευών (Clough & Penzien, 1993).

Η Εξ. (2.62) επιδέχεται λύση της μορφής

$$X(x) = Ae^{+mx} + Be^{-mx} - \frac{\mathcal{L}}{a_{oc}^2 - a_o^2} \frac{\rho H^2 \ddot{X}_g}{G_H} \quad (2.65)$$

όπου $m = \sqrt{a_{oc}^2 - a_o^2} / H\psi_e = a_{oc} \sqrt{1 - (\omega / \omega_1 \sqrt{1 + i\delta})^2} / H\psi_e$, ενώ οι συντελεστές A και B προσδιορίζονται από τις συνοριακές συνθήκες, οι οποίες επιβάλλουν μηδενική μετακίνηση πάνω στον τοίχο και πεπερασμένη μετακίνηση μακριά από αυτόν.

$$X(x \rightarrow \infty) = \text{πεπερασμένο} \quad (2.66\alpha)$$

$$X(x \rightarrow 0) = 0 \quad (2.66\beta)$$

Η εφαρμογή της πρώτης συνθήκης μηδενίζει τον συντελεστή A που πολλαπλασιάζει το θετικό εκθετικό στην Εξ. (2.65), ενώ βάσει της δεύτερης συνοριακής συνθήκης υπολογίζεται ο συντελεστής B συναρτήσει του τρίτου όρου και λαμβάνεται η τελική λύση (Εξ. 2.67), η οποία εκφράζει τη μεταβολή των μετακινήσεων με την οριζόντια απόσταση από τον τοίχο.

$$X(x) = -\frac{\mathcal{L}}{G_H (a_{oc}^2 - a_o^2)} \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{\psi_e} \sqrt{a_{oc}^2 - a_o^2} \frac{x}{H}\right) \right] \rho H^2 \ddot{X}_g \quad (2.67)$$

Ολόκληρη η λύση προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό της (2.69) με τη συνάρτηση $\Phi(y)$, σύμφωνα με την Εξ. (2.37). Σε μεγάλες αποστάσεις από τον τοίχο ο εκθετικός όρος εξαφανίζεται και η λύση συγκλίνει στην απόκριση του ελεύθερου πεδίου.

Όπως είναι φανερό, η εξίσωση (2.67) έχει την ίδια μορφή με τη λύση του προβλήματος για ομοιογενές εδαφικό προφίλ (Εξ. (2.46)). Στην πραγματικότητα διαφοροποιείται μέσω των

σχέσεων που προέκυψαν για τις κανονικοποιημένες συχνότητες αποκοπής και διέγερσης, καθώς και για τον αδιάστατο συντελεστή \mathcal{L} . Οι σχέσεις (2.69α-γ) προέκυψαν με θεώρηση του μέτρου διάτμησης, $G^*(y)$ και των αντίστοιχων ιδιομορφών του εδάφους (βλ. Παράρτημα Α)

$$\Phi(y) = 1 - \left(\frac{H-y}{H} \right)^{2-n} \quad (2.68)$$

και οδηγούν σε μια οικογένεια λύσεων για τις διαφορετικές τιμές του εκθέτη n της εξίσωσης, ο οποίος συνήθως κυμαίνεται μεταξύ του 0 και του 1 ανάλογα με το είδος του εδαφικού υλικού. Πιο συγκεκριμένα, η τιμή μηδέν στον εκθέτη n , αντιστοιχεί στην ιδιομορφή στιφρής αργίλου. Αντίστοιχα, όταν το n παίρνει την τιμή $\frac{1}{2}$, η Εξ. (2.68) δίνει τη συνάρτηση σχήματος αμμώδους υλικού, ενώ για n ίσο με τη μονάδα προκύπτει η συνάρτηση σχήματος της μαλακής αργίλου. Η μεθοδολογία εξαγωγής της Εξ. (2.68) για το εδαφικό προφίλ που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα ανάλυση, παρατίθεται στο Παράρτημα του παρόντος τεύχους.

$$a_{oc}^2 = \frac{3}{2} \frac{(5-n)(1+n)}{(3-n)} \quad (2.69\alpha)$$

$$a_o^2 = \left(\frac{\omega H}{V_{SH}^*} \right)^2 \frac{2a_{oc}^2}{(5-2n)} \quad (2.69\beta)$$

$$\mathcal{L} = \frac{a_{oc}^2}{(1+i\delta)(2-n)} \quad (2.69\gamma)$$

Οι σχέσεις (2.69α-γ) ισχύουν για τιμές του εκθέτη n μεταξύ του -1 και 2, οι οποίες καλύπτουν το διάστημα που ενδιαφέρει σε πρακτικές εφαρμογές.

Οι εδαφικές ωθήσεις πάνω στον τοίχο προκύπτουν από την αντικατάσταση της λύσης στην Εξ. (2.47) (Veletsos & Younan, 1994a)

$$\sigma_x(y) = \psi_o^2 G^*(y) \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = -\frac{\psi_o^2}{\psi_e} G(y) (1+i\delta) \left(\frac{\mathcal{L}}{G_H \sqrt{a_{oc}^2 - a_o^2}} \rho H \ddot{X}_g \right) \Phi(y) \quad (2.70)$$

όπου ο συντελεστής $\psi_o^2 = 2/(1-\nu)$ διαιρούμενος με το συντελεστή ψ_e δίνει το συντελεστή ψ_σ

της Εξ. (2.32) και (2.34) της λύσης Veletsos & Younan.

Η συνολική ώθηση Q_b υπολογίζεται με καθ' ύψος ολοκλήρωση των ορθών τάσεων σ_x , που ασκούνται στον τοίχο (Εξ. (2.71)). Αντίστοιχα, η ροπή στη βάση του τοίχου M_b , υπολογίζεται από το γινόμενο των ωθήσεων Q_b , επί το μοχλοβραχίονα h . Συνεπώς, το σημείο εφαρμογής της ώθησης είναι ο λόγος της ροπής στη βάση του τοίχου, προς την αντίστοιχη ώθηση (M_b/Q_b) και υπολογίζεται σύμφωνα με την Εξ. (2.72). Σημειώνεται ότι η λύση αφορά την επίδραση της σεισμικής δράσης και όχι τη γεωστατική ώθηση.

$$Q_b = -\frac{\psi_o^2}{\psi_e} \frac{\mathcal{L} S_0}{\sqrt{a_{oc}^2 - a_o^2}} \rho H^2 \ddot{X}_g \tag{2.71}$$

$$\frac{h}{H} = \frac{S_1}{S_0} \tag{2.72}$$

όπου S_n τα αντίστοιχα ολοκληρώματα για $n = 0$ και 1, της μορφής της Εξ. (2.74)

$$S_n = \frac{1}{H^{n+1}} \int_0^H G^* \Phi y^n dy \tag{2.73}$$

Ο υπολογισμός των ολοκληρωμάτων S_n απαιτεί την επιλογή μιας κατάλληλης συνάρτησης σχήματος $\Phi(y)$. Στον Πίνακα 2.2 παρουσιάζονται χαρακτηριστικές τιμές των λύσεων για συναρτήσεις σχήματος για τις διάφορες τιμές του εκθέτη n . Όπως φαίνεται από τη σύγκριση των τιμών, οι διαφορετικές συναρτήσεις σχήματος παρέχουν αρκετά παρόμοια αποτελέσματα.

Πίνακας 2.2 Σύγκριση λύσεων για διαφορετικές συναρτήσεις σχήματος $\Phi(y)$

Συνάρτηση Σχήματος, $\Phi(y)$	a_{oc}	\mathcal{L}	$ Q_b^{st} / (\psi_o \rho H^2 \ddot{X}_g)$	h/H	
στιφρή άργιλος ($n = 0$)	$(y/H)^2$	$\sqrt{5/2}$	5/4	$\sqrt{10}/6$	5/8
άμμος ($n = 1/2$)	$(y/H)^{3/2}$	$9/2\sqrt{5}$	27/10	$1/\sqrt{5}$	11/20
μαλακή άργιλος ($n = 1$)	(y/H)	$\sqrt{6}$	6	$1/\sqrt{6}$	1/2

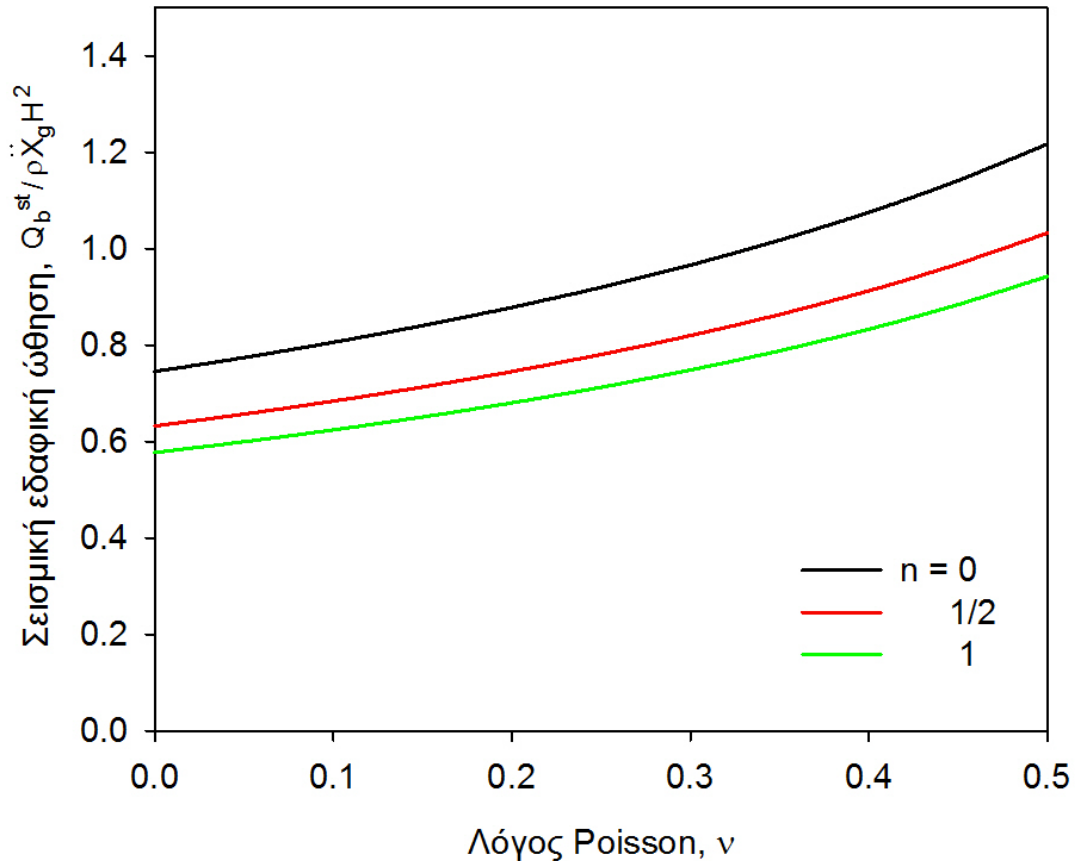
Στο Σχ. 2.7 απεικονίζεται η προτεινόμενη λύση ανομοιογενούς εδάφους, βάσει των συναρτήσεων σχήματος του Πίνακα 2.2, για ώθηση σε ανένδοτο τοίχο υπό ψευδοστατικές συνθήκες, η οποία υπολογίστηκε σύμφωνα με την Εξ. (2.75) για τις διάφορες τιμές του δείκτη n

$$Q_b^{st} = -\frac{\psi_o^2}{\psi_e} \left[\frac{\mathcal{L}}{a_{oc}} \frac{2-n}{3(1+n)} \right] \rho H^2 \ddot{X}_g \quad (2.74)$$

η οποία απλοποιείται σε

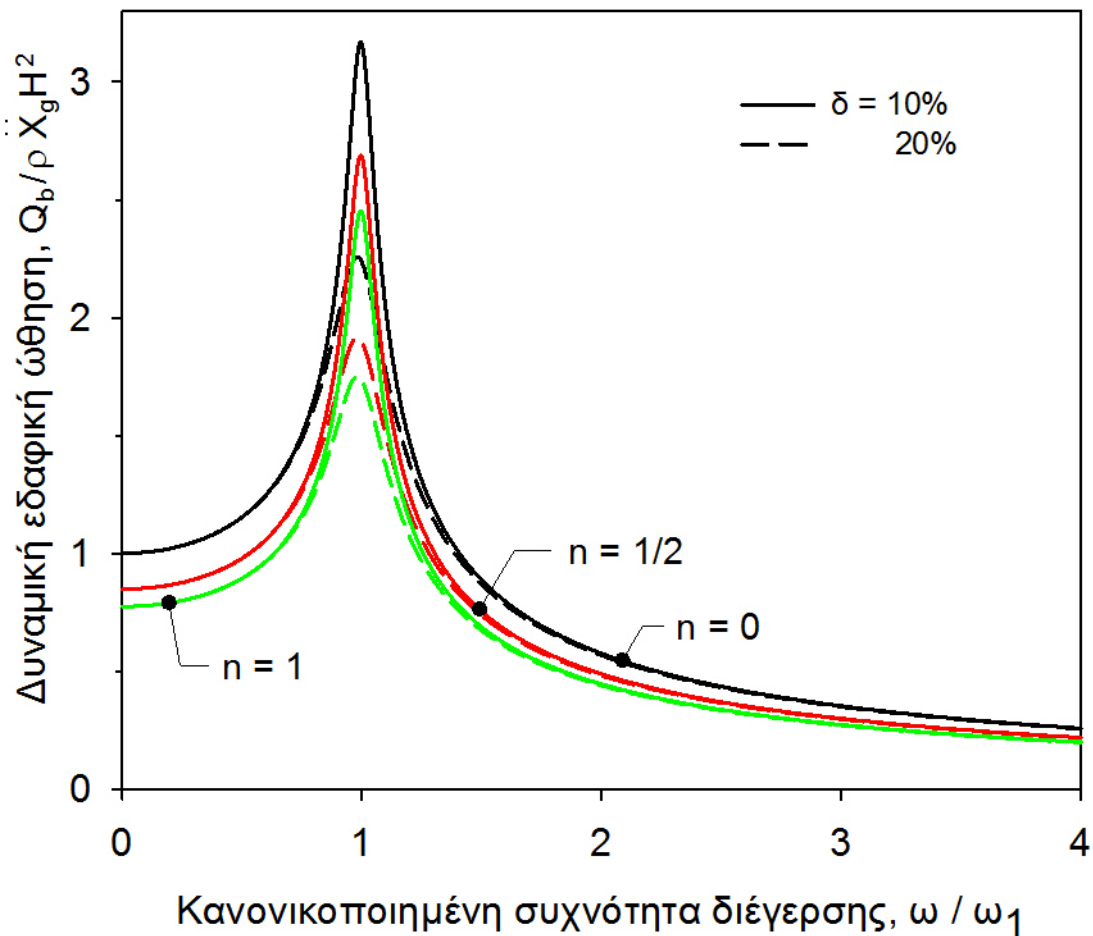
$$Q_b^{st} = -\frac{\psi_o^2}{\psi_e} \sqrt{\frac{(5-n)}{6(3-n)(1+n)}} \rho H^2 \ddot{X}_g \quad (2.75)$$

Η τιμή των ψευδοστατικών ωθήσεων που ασκούνται στον τοίχο μειώνεται με την αύξηση του εκθέτη n . Ωστόσο, δεν παρατηρούνται σημαντικές διαφορές για τις τιμές που λαμβάνει ο n σε πρακτικές εφαρμογές. Πιο συγκεκριμένα, οι ωθήσεις Q_b^{st} , που ασκούνται πάνω στον τοίχο από μια σφιγρή άργιλο ($n = 0$) διαφέρουν από τις αντίστοιχες που ασκούνται από μια άμμο ($n = 1/2$), κατά ένα ποσοστό της τάξης του 15%. Το αντίστοιχο ποσοστό που υπολογίζεται μεταξύ των στατικών ωθήσεων μιας άμμου ($n=1/2$) και μιας μαλακής αργίλου ($n = 1$) είναι πολύ μικρότερο, της τάξης του 9%.



Σχήμα 2.7 Διερεύνηση της επίδρασης της συνάρτησης σχήματος, στη στατική τιμή της ώθησης σε άκαμπτο τοίχο, ως συνάρτηση του λόγου Poisson.

Στο Σχ. 2.8 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τη μεταβολή της δυναμικής ώθησης με τη συχνότητα διέγερσης, για διάφορες τιμές που του εκθέτη n . Παρατηρείται και εδώ μείωση των δυναμικών ωθήσεων με την αύξηση του n και υπολογίζονται διαφορές της τάξης του 15% και λιγότερο, στις τιμές των δυναμικών ωθήσεων για αργιλικά και αμμώδη εδαφικά υλικά. Σύμφωνα με τον Πίνακα 2.2, παρόμοιες διαφορές παρουσιάζει και το σημείο εφαρμογής της ώθησης.

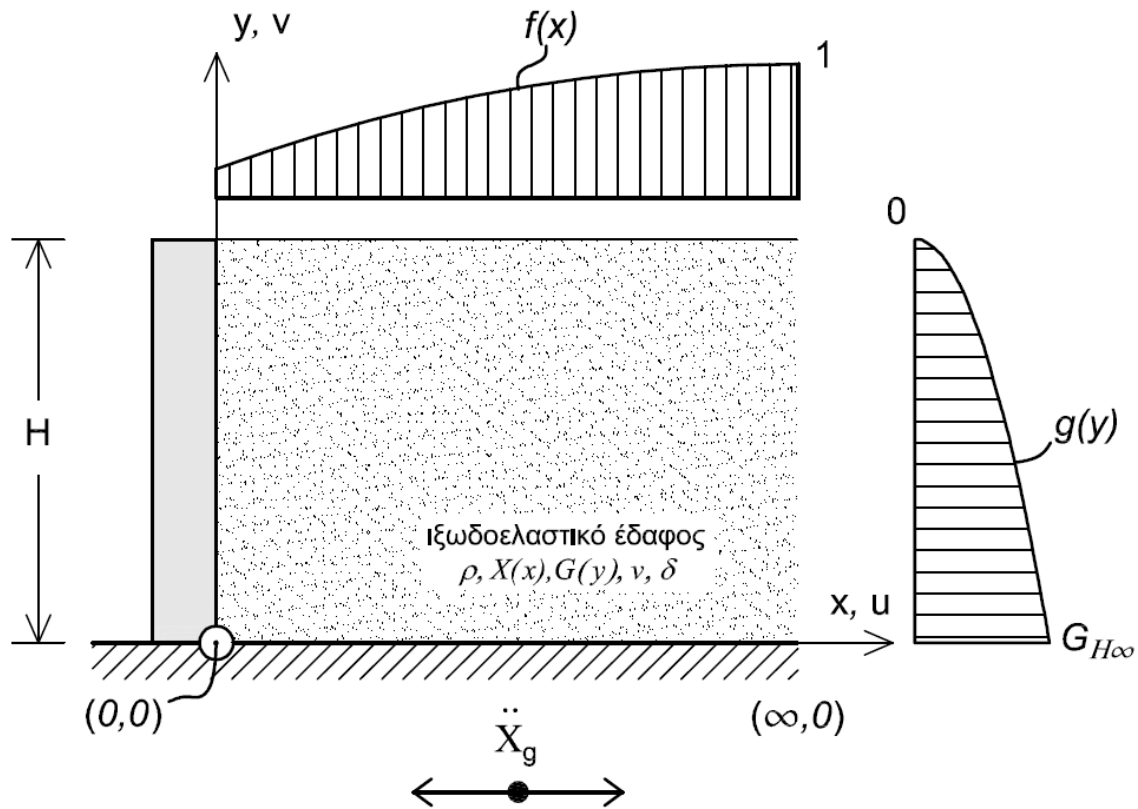


Σχήμα 2.8 Διερεύνηση της επίδρασης της συνάρτησης σχήματος στη δυναμική ώθηση σε άκαμπτο τοίχο, ως συνάρτηση της συχνότητας διέγερσης; λόγος Poisson, $\nu = 0.3$

2.2.3 Άκαμπτος Τοίχος με Έδαφος Ανομοιογενές ως προς την Οριζόντια και την Κατακόρυφη Συνιστώσα

Η παρούσα ανάλυση, αποτελεί μια γενίκευση της λύσης για άκαμπτο τοίχο με έδαφος ανομοιογενές με το βάθος. Στην περίπτωση αυτή, θεωρείται ημιάπειρο εδαφικό στρώμα από ιξωδοελαστικό υλικό με σφιρότητα αυξανόμενη παραβολικά με το βάθος και μειούμενη εκθετικά με την οριζόντια απόσταση από τον τοίχο, σύμφωνα με τη σχέση (2.76). Το εδαφικό στρώμα είναι ελεύθερο στην άνω επιφάνειά του και δεσμευμένο στην κάτω, και συγκρατείται στο αριστερό άκρο του από ανένδοτο τοίχο ύψους H , ο οποίος είναι πακτωμένος στον

υποκείμενο βράχο. Τοίχος και έδαφος διεγείρονται ταυτόχρονα από οριζόντια αρμονική σεισμική διέγερση $\ddot{x}_g(t) = \ddot{X}_g e^{i\omega t}$ η οποία επιβάλλεται στη βάση του στρώματος. Οι ιδιότητες του εδάφους ορίζονται από την πυκνότητα ρ , το μέτρο ελαστικότητας $E^*(y)$, το μέτρο διάτμησης $G(y)$, τον λόγο Poisson ν και τον δείκτη απόσβεσης του εδαφικού υλικού δ , ο οποίος λαμβάνεται ίδιος για διατμητικές και ορθές παραμορφώσεις και είναι ανεξάρτητος της συχνότητας ω . Τέλος, το έδαφος βρίσκεται σε κατάσταση επίπεδης παραμόρφωσης ($\epsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$).



Σχήμα 2.9 Δυναμική διέγερση απειρομήκους εδαφικού στρώματος, ανομοιογενούς με το βάθος και με την οριζόντια απόσταση από άκαμπτο, ανένδοτο τοίχο από τον οποίο αντιστηρίζεται.

$$G^*(x, y) = G_{H\infty} f(x)g(y)(1 + i\delta) \tag{2.76}$$

Οι συναρτήσεις $f(x)$ και $g(y)$ υπολογίζονται από τις σχέσεις (2.77α και β). Ο δείκτης λ που βρίσκεται στον εκθέτη της σχέσεις (2.77α) μπορεί να είναι θετικός πραγματικός αριθμός.

$$f(x) = e^{-\lambda x} \quad (2.77\alpha)$$

$$g(y) = G_{H\infty} \left(\frac{y}{H} \right)^n \quad (2.77\beta)$$

Η διαφορική εξίσωση που περιγράφει τις οριζόντιες μετατοπίσεις του αντιστηριζόμενου εδάφους, έχει τη μορφή της Εξ. 2.9, με τη διαφορά ότι τώρα η οριζόντια μετατόπιση εκφράζεται ως άθροισμα της οριζόντιας μετατόπισης ελεύθερου πεδίου $u_{ff}(y)$ και μιας οριζόντιας μετατόπισης $u_r(x,y)$, σχετικής ως προς το σύστημα συντεταγμένων που ορίζεται στο Σχ. (2.9). Η μετατόπιση $u_{ff}(y)$ είναι συνάρτηση μόνο του βάρους της εδαφικής στρώσης, καθώς εκφράζει την οριζόντια μετατόπιση που αναπτύσσει το έδαφος σε θεωρητικά άπειρη απόσταση από τον τοίχο. Δηλαδή σε απόσταση όπου η κίνηση του τοίχου αντιστήριξης δεν επηρεάζει την απόκριση του εδάφους

$$u(x, y) = u_r(x, y) + u_{ff}(y) \quad (2.78)$$

Σύμφωνα με τις υποθέσεις των Veletsos -Younan (1994α) δηλαδή την Εξ. (2.7) και $\partial v / \partial x = 0$ και την Εξ. (2.78), η εξίσωση κίνησης (2.9) λαμβάνει την ακόλουθη μορφή

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\psi_e^2 G^*(y) \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[G^*(y) \frac{\partial u}{\partial y} \right] = \rho (\ddot{x}_g + \ddot{u}) \quad (2.79)$$

Για αρμονική διέγερση της μορφής $\ddot{x}_g(t) = \ddot{X}_g e^{i\omega t}$, η εδαφική μετατόπιση γράφεται στη διαχωρισμένη μορφή $u(x, y, t) = u(x, y) e^{i\omega t}$, με αποτέλεσμα η εξίσωση κίνησης (2.79) να μεταπίπτει στην απλούστερη μορφή

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\psi_e^2 G^*(y) \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[G^*(y) \frac{\partial u}{\partial y} \right] + \rho \omega^2 u = \rho \ddot{X}_g \quad (2.80)$$

Με αντικατάσταση της σχέσης (2.78), η εξίσωση κίνησης μεταπίπτει στη μορφή (2.81),

$$\psi_e^2 \frac{\partial}{\partial x} \left[G^*(y) \frac{\partial u_r}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[G^*(y) \frac{\partial u_r}{\partial y} \right] + \rho \omega^2 u_r = \rho \ddot{X}_g - \rho \omega^2 u_{ff}(y) - \frac{\partial}{\partial y} \left[G^*(y) \frac{\partial u_{ff}}{\partial y} \right] \quad (2.81)$$

όπου στο δεξιό μέλος της εξίσωσης έχουν μεταφερθεί όλοι οι γνωστοί όροι μεταξύ των οποίων και η μετατόπιση ελεύθερου πεδίου

$$F(y) = \rho \ddot{X}_g - \rho \omega^2 u_{ff}(y) - \frac{\partial}{\partial y} \left[G^*(y) \frac{\partial u_{ff}}{\partial y} \right] \quad (2.82)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τη βασική υπόθεση της εναλλακτικής μεθοδολογίας, το πεδίο των σχετικών μετατοπίσεων εκφράζεται σε μορφή χωριζόμενων μεταβλητών

$$u_r(x, y) = u_w X(x) \Phi(y) \quad (2.83)$$

Όπου u_w είναι η μετατόπιση στην κορυφή του τοίχου και $X(x)$ και $\Phi(y)$ είναι γνωστές αδιάστατες συναρτήσεις των μεταβλητών x και y αντίστοιχα, οι οποίες ικανοποιούν τις γεωμετρικές συνοριακές συνθήκες, (2.84) και (2.85) αντίστοιχα.

$$\Phi(0) = 0 \quad \text{και} \quad \Phi(H) = 1 \quad (2.84 \text{ a,b})$$

$$X(0) = 1 \quad \text{και} \quad X(\infty) \rightarrow 0 \quad (2.85 \text{ a,b})$$

Η εξίσωση (2.81) απλοποιείται περαιτέρω με απαλοιφή των μεταβλητών x και y , η οποία γίνεται με πολλαπλασιασμό της εξίσωσης με τις συναρτήσεις $X(x)$ και $\Phi(y)$ και ολοκλήρωση κατά την οριζόντια διεύθυνση μέχρι το άπειρο, και κατά την κατακόρυφη διεύθυνση καθ' ύψος του τοίχου

$$\left\{ \left[\int_0^H g(y) \Phi^2(y) dy \int_0^\infty \frac{d}{dx} \left(f(x) \frac{dX(x)}{dx} \right) X(x) dx \right] \psi_e^2 + \int_0^\infty f(x) X^2(x) dx \int_0^H \frac{d}{dy} \left[g(y) \frac{d\Phi(y)}{dy} \right] \Phi(y) dy + \right. \\ \left. + \rho \omega^2 \int_0^H \Phi^2(y) dy \int_0^\infty X^2(x) dx \right\} G_{H\infty} u_w = \int_0^\infty X(x) dx \int_0^H F(y) \Phi(y) dy \quad (2.86)$$

Κατά τα γνωστά, ο πρώτος και ο δεύτερος όρος στο αριστερό μέλος της Εξ. (2.86) ολοκληρώνονται κατά παράγοντες, ώστε να προκύψουν οι ασθeneίς μορφές των σχέσεων (2.87) και (2.88).

$$\int_0^H \frac{d}{dy} \left(g \frac{d\Phi}{dy} \right) \Phi dy = g \frac{d\Phi}{dy} \Phi \Big|_0^H - \int_0^H g \left(\frac{d\Phi}{dy} \right)^2 dy \quad (2.87)$$

$$\int_0^\infty \frac{d}{dx} \left(f \frac{dX}{dx} \right) X dx = f \frac{dX}{dx} X \Big|_0^\infty - \int_0^\infty f \left(\frac{dX}{dx} \right)^2 dx \quad (2.88)$$

Λόγω των συνοριακών συνθηκών στη βάση και την κορυφή του εδαφικού στρώματος, ο πρώτος όρος στο δεξιό μέλος της Εξ. (2.87) είναι μηδέν. Το ίδιο ισχύει και για τον πρώτο όρο στο δεξιό μέλος της Εξ. (2.88), σύμφωνα με τις συνοριακές συνθήκες πάνω στον τοίχο και στο ελεύθερο πεδίο. Οπότε η Εξ. (2.86) γράφεται στη μορφή της Εξ. (2.89).

$$u_w G_{H^\infty} \left\{ - \int_0^H g(y) \Phi^2(y) dy \int_0^\infty f(x) \left[\frac{dX(x)}{dx} \right]^2 dx - \int_0^H g(y) \left[\frac{d\Phi(y)}{dy} \right]^2 dy \int_0^\infty f(x) [X(x)]^2 dx + \right. \\ \left. + \rho \omega^2 \int_0^H \Phi^2(y) dy \int_0^\infty X^2(x) dx \right\} = \int_0^\infty X(x) dx \int_0^H F(y) \Phi(y) dy \quad (2.89)$$

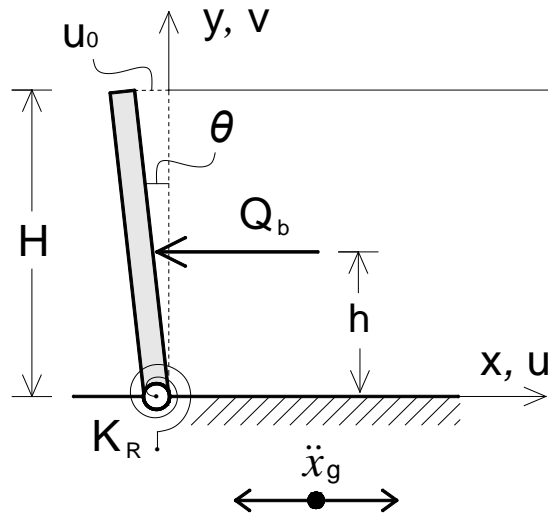
Από την Εξ. (2.89) υπολογίζεται άμεσα η οριζόντια μετατόπιση στην κορυφή του τοίχου

$$u_w = \frac{1}{G_{H^\infty}} \cdot \frac{\int_0^\infty X(x) dx \int_0^H F(y) \Phi(y) dy}{- \int_0^H g(y) \Phi^2(y) dy \int_0^\infty f(x) \left[\frac{dX(x)}{dx} \right]^2 dx - \int_0^H g(y) \left[\frac{d\Phi(y)}{dy} \right]^2 dy \int_0^\infty f(x) [X(x)]^2 dx + \rho \omega^2 \int_0^H \Phi^2(y) dy \int_0^\infty X^2(x) dx} \quad (2.90)$$

2.3 ΑΚΑΜΠΤΟΣ ΤΟΙΧΟΣ ΜΕ ΣΤΡΟΦΙΚΩΣ ΕΝΔΟΣΙΜΗ ΘΕΜΕΛΙΩΣΗ

Το υπό εξέταση πρόβλημα της παρούσας ενότητας (Σχ. 2.10) αποτελεί μια πιο ρεαλιστική επέκταση του κλασικού προβλήματος του άκαμπτου, ανένδοτου τοίχου, το οποίο εξετάστηκε προηγουμένως. Ο τοίχος πλέον δεν είναι πλήρως ανένδοτος, αλλά στη βάση του υπάρχει στροφικό ελατήριο σταθεράς K_R , το οποίο παρέχει στη θεμελίωση δυνατότητα στροφής θ , η οποία με τη σειρά της επιβάλλει μετακίνηση $u_o = \theta \square H$, στην κορυφή του

τοίχου. Η ροπή κάμψης στη βάση του τοίχου M_b συνδέεται τόσο με την τέμνουσα βάσης Q_b , όσο και με τη στροφή του τοίχου θ , μέσω της Εξ. (2.91)



Σχήμα 2.10 Η περίπτωση των άκαμπτων τοίχων με στροφικώς ενδόσιμη θεμελίωση

$$M_b = K_R \theta = Q_b h = Q_b H \frac{h}{H} \tag{2.91}$$

όπου η σταθερά K_R αντιστοιχεί στο μέτρο του στροφικού ελατηρίου ανά μονάδα μήκους τοίχου και έχει μονάδες ροπής (δύναμη επί μήκος). Επιλύοντας την Εξ. (2.91) ως προς τη μετακίνηση στην κορυφή u_0 , λαμβάνεται η Εξ. (2.92).

$$u_0 = \frac{Q_b H^2}{K_R} \frac{h}{H} \tag{2.92}$$

Η μετακίνηση u_0 που υπολογίζεται από την Εξ. (2.92), αποτελεί νέα συνοριακή συνθήκη του προβλήματος, ($X(x \rightarrow 0) = u_0$) αντί της Εξ. (2.45β). Σε αυτή την περίπτωση η συνάρτηση $X(x)$ που υπολογίζεται δίνεται από την Εξ. (2.93), ενώ με την ίδια διαδικασία υπολογίζεται και η τέμνουσα βάσης (Εξ. 2.94)

$$X(x) = \left(u_0 + \frac{\mathcal{L}}{a_{oc}^2 - a_o^2} \frac{\rho H^2 \ddot{X}_g}{G(1+i\delta)} \right) e^{-mx} - \frac{\mathcal{L}}{a_{oc}^2 - a_o^2} \frac{\rho H^2 \ddot{X}_g}{G(1+i\delta)} \tag{2.93}$$

$$Q_b = -\frac{\psi_o^2}{\psi_e} \frac{G(1+i\delta)}{H} \sqrt{a_{oc}^2 - a_o^2} \left(u_o + \frac{\mathcal{L}}{a_{oc}^2 - a_o^2} \frac{\rho H^2 \ddot{X}_g}{G(1+i\delta)} \right) \int_0^H \Phi(y) dy \quad (2.94)$$

Αντικαθιστώντας στην Εξ. (2.94) την τιμή του u_o από την Εξ. (2.92) προκύπτει η Εξ. (2.95). Παρατηρείται ότι το δεξί μέλος της εξίσωσης ταυτίζεται με την Εξ. (2.48) η οποία παρέχει την τέμνουσα βάσης που ασκείται σε άκαμπτο τοίχο $Q_{b,rigid}$. Συνεπώς η νέα τέμνουσα βάσης υπολογίζεται με πολλαπλασιασμό της προηγούμενης επί έναν συντελεστή, στην απλή μορφή της Εξ. (2.96).

$$Q_b \left[1 + \psi_\sigma G(1+i\delta) \sqrt{a_{oc}^2 - a_o^2} \frac{h}{H} \frac{H^2}{K_R} S_o \right] = -\psi_\sigma G(1+i\delta) \frac{\mathcal{L} S_o}{\sqrt{a_{oc}^2 - a_o^2}} \rho H^2 \ddot{X}_g \quad (2.95)$$

$$Q_b = Q_{b,rigid} \left[1 + \psi_\sigma \sqrt{a_{oc}^2 - a_o^2} S_o \frac{h}{H} (1+i\delta) d_\theta \right]^{-1} \quad (2.96)$$

Στην τελευταία εξίσωση, ο όρος $d_\theta = H^2 G / K_R$ δηλώνει έναν αδιάστατο συντελεστή ο οποίος εκφράζει την ενδοσιμότητα της θεμελίωσης (Veletsos & Younan, 1994b).

Από την Εξ. (2.94) προκύπτει επίσης εύκολα η σχέση που συνδέει την μετατόπιση στο ελεύθερο πεδίο u_{ffo} με την αντίστοιχη μετατόπιση στην κορυφή του τοίχου u_o , αντικαθιστώντας αυτή τη φορά την τέμνουσα βάσης Q_b στο αριστερό μέλος μέσω της Εξ. (2.92), όπως δείχνει η Εξ. (2.97) και επίσης αντικαθιστώντας και την έκφραση που αντιστοιχεί στη μετακίνηση u_{ffo} (Εξ. 2.98)

$$u_o \frac{K_R}{(h/H)H^2} = -\frac{\psi_o^2}{\psi_e} \frac{G(1+i\delta)}{H} \sqrt{a_{oc}^2 - a_o^2} (u_o - u_{ffo}) \int_0^H \Phi(y) dy \quad (2.97)$$

$$u_{ffo} = -\frac{\mathcal{L}}{a_{oc}^2 - a_o^2} \frac{\rho H^2 \ddot{X}_g}{G(1+i\delta)} \quad (2.98)$$

Η επίλυση της Εξ. (2.98) ως προς τη μετακίνηση u_o δίνει την Εξ. (2.100α), από την οποία προκύπτει φυσιολογικά $u_o = 0$ για ελατήριο άπειρης σφιφρότητας ($d_\theta = 0$) και $u_o = u_{ffo}$ για ελατήριο μηδενικής σφιφρότητας.

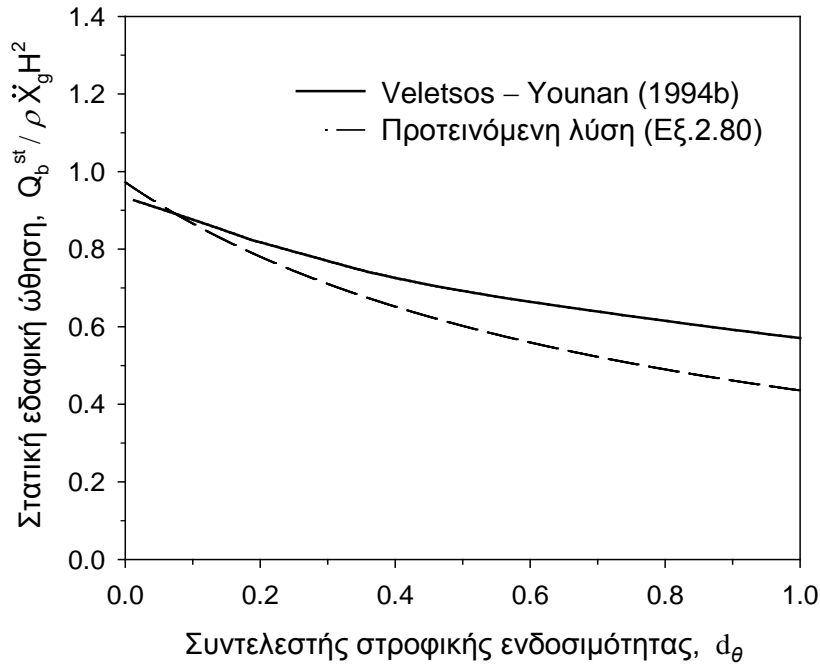
$$u_0 = \frac{\psi_\sigma G(1+i\delta)\sqrt{a_{oc}^2 - a_o^2} S_0}{\frac{K_R}{(h/H)H^2} + \psi_\sigma G(1+i\delta)\sqrt{a_{oc}^2 - a_o^2} S_0} u_{ffo} \quad (2.99\alpha)$$

Εισάγοντας πάλι τον αδιάστατο συντελεστή ενδοσιμότητας d_θ , η εξίσωση απλοποιείται στην Εξ. (2.99β)

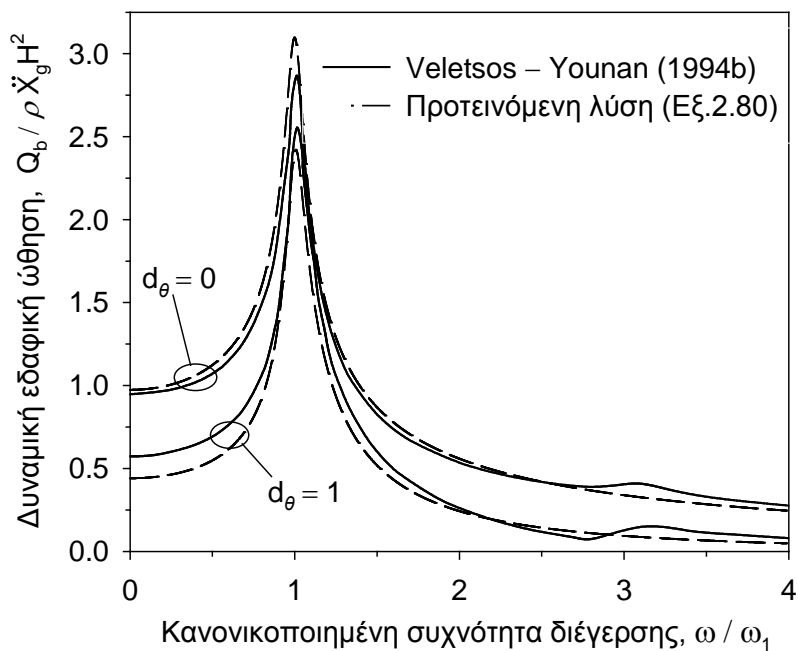
$$u_0 = \frac{\psi_\sigma \sqrt{a_{oc}^2 - a_o^2} S_0 \frac{h}{H} (1+i\delta) d_\theta}{1 + \psi_\sigma \sqrt{a_{oc}^2 - a_o^2} S_0 \frac{h}{H} (1+i\delta) d_\theta} u_{ffo} \quad (2.99\beta)$$

Τα αποτελέσματα της παρούσας ανάλυσης (Εξ. 2.96) απεικονίζονται στα Σχ. 2.11 και 2.12, συγκρινόμενα με τα αντίστοιχα αποτελέσματα της λύσης Veletsos & Younan (1994b). Στο πρώτο σχήμα, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τη στατική ώθηση σαν συνάρτηση της ενδοσιμότητας της θεμελίωσης d_θ . Η σύγκριση με τη λύση Veletsos & Younan δείχνει ότι οι αποκλίσεις μεταξύ των δύο λύσεων αυξάνουν με την αύξηση του d_θ , ενώ για $d_\theta = 0$ οι δύο λύσεις σχεδόν ταυτίζονται. Συνολικά η σύγκριση κρίνεται ως ικανοποιητική.

Συγκρίσεις για τη δυναμική ώθηση πραγματοποιούνται στο Σχ. 2.12, συναρτήσει της συχνότητας διέγερσης, για τις περιπτώσεις πλήρως ανένδοτου τοίχου και τοίχου με ενδοσιμότητα $d_\theta = 1$. Στην πρώτη περίπτωση, ($d_\theta = 0$) οι δύο λύσεις πρακτικά ταυτίζονται, καθώς εμφανίζουν μέγιστες αποκλίσεις της τάξεως του 5% στο συντονισμό. Στην περίπτωση τοίχου με μεγάλη στροφική ενδοσιμότητα ($d_\theta = 1$) και χαμηλές συχνότητες διέγερσης, η απόκλιση φτάνει το 15%. Παρόλα αυτά στο συντονισμό οι δύο λύσεις πρακτικά ταυτίζονται, ενώ για ακόμα μεγαλύτερες συχνότητες η συμφωνία παραμένει καλή.



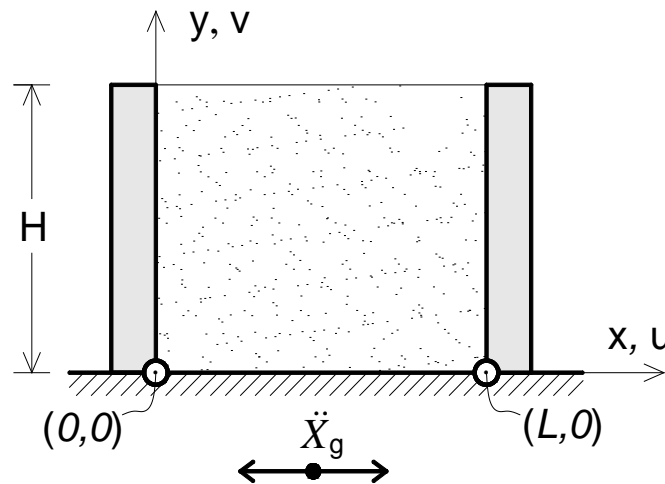
Σχήμα 2.11 Σύγκριση αποτελεσμάτων για τη στατική ώθηση, συναρτήσει της ενδοσιμότητας θεμελίωσης, με της αντίστοιχης λύσης Veletsos & Younan; $\nu = 1/3$



Σχήμα 2.12 Σύγκριση αποτελεσμάτων για τη δυναμική ώθηση, συναρτήσει της συχνότητας διέγερσης, με της αντίστοιχης λύσης Veletsos & Younan; $\nu = 1/3, \delta = 0.1$

2.4 ΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΩΘΗΣΕΙΣ ΣΕ ΖΕΥΓΟΣ ΤΟΙΧΩΝ ΑΠΟ ΕΛΑΦΙΚΟ ΣΤΡΩΜΑ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΟΥ ΜΗΚΟΥΣ

Οι λύσεις που παρουσιάστηκαν στις προηγούμενες ενότητες αφορούν εδαφικό στρώμα απείρου μήκους. Στην παρούσα ενότητα εξετάζεται το πρόβλημα του Σχήματος (2.13) που αφορά τη δυναμική συμπεριφορά εδαφικού στρώματος πεπερασμένου μήκους L , το οποίο αντιστηρίζεται από ζεύγος άκαμπτων, ανένδοτων (ή στροφικώς ενδόσιμων) τοίχων.



Σχήμα 2.13 Δυναμική διέγερση ιξωδοελαστικού εδαφικού στρώματος μήκους L , το οποίο αντιστηρίζεται από ζεύγος άκαμπτων, ανένδοτων τοίχων

Η λύση του συγκεκριμένου προβλήματος προκύπτει ξανά από τη βασική λύση της Εξ. (2.44), εφαρμόζοντας τις νέες συνοριακές συνθήκες των Εξ. (2.100):

$$X(0) = 0 \tag{2.100α}$$

$$X(L) = 0 \tag{2.100β}$$

Η εφαρμογή των παραπάνω εξισώσεων οδηγεί στο σύστημα των Εξ. (2.101α, β) ως προς τους άγνωστους συντελεστές A και B .

$$A + B - \frac{L}{a_{oc}^2 - a_o^2} \frac{\rho H^2 \ddot{X}_g}{G(1+i\delta)} = 0 \tag{2.101α}$$

$$Ae^{mL} + Be^{-mL} - \frac{\mathcal{L}}{a_{oc}^2 - a_o^2} \frac{\rho H^2 \ddot{X}_g}{G(1+i\delta)} = 0 \quad (2.101\beta)$$

Πολλαπλασιάζοντας την Εξ. (2.101α) επί e^{mL} και άλλη μία φορά επί e^{-mL} και αφαιρώντας από την Εξ. (2.101β), καταλήγουμε στις εκφράσεις (2.102α,β) για τους συντελεστές Α και Β. Η πλήρης έκφραση της Εξ. (2.44) παίρνει συνεπώς τη μορφή της Εξ. (2.102)

$$A = -\frac{\mathcal{L}}{a_{oc}^2 - a_o^2} \frac{\rho H^2 \ddot{X}_g}{G(1+i\delta)} \frac{e^{-mL} - 1}{e^{mL} - e^{-mL}} \quad (2.102\alpha)$$

$$B = -\frac{\mathcal{L}}{a_{oc}^2 - a_o^2} \frac{\rho H^2 \ddot{X}_g}{G(1+i\delta)} \frac{e^{mL} - 1}{e^{mL} - e^{-mL}} \quad (2.102\beta)$$

$$X(x) = -\frac{\mathcal{L}}{a_{oc}^2 - a_o^2} \frac{\rho H^2 \ddot{X}_g}{G(1+i\delta)} \left(1 - \frac{e^{mL} - 1}{e^{mL} - e^{-mL}} e^{-mx} + \frac{e^{-mL} - 1}{e^{mL} - e^{-mL}} e^{mx} \right) \quad (2.103)$$

Ο υπολογισμός των τάσεων επαφής και της ώθησης γίνεται με τον ίδιο τρόπο με προηγούμενα, απαιτείται απλώς ο υπολογισμός της πρώτης παραγώγου της $X(x)$ στο $x=0$. Αυτή η πράξη καταλήγει στην Εξ. (2.104), η οποία απλοποιείται περαιτέρω, βάσει του συντελεστή Λ που παρουσιάζεται στην Εξ. (2.105)

$$X'(0) = -\frac{\mathcal{L}}{\psi_e \sqrt{a_{oc}^2 - a_o^2}} \frac{\rho H^2 \ddot{X}_g}{G(1+i\delta)} \left(\frac{e^{mL} - e^{-mL} - 2}{e^{mL} - e^{-mL}} \right) \quad (2.104)$$

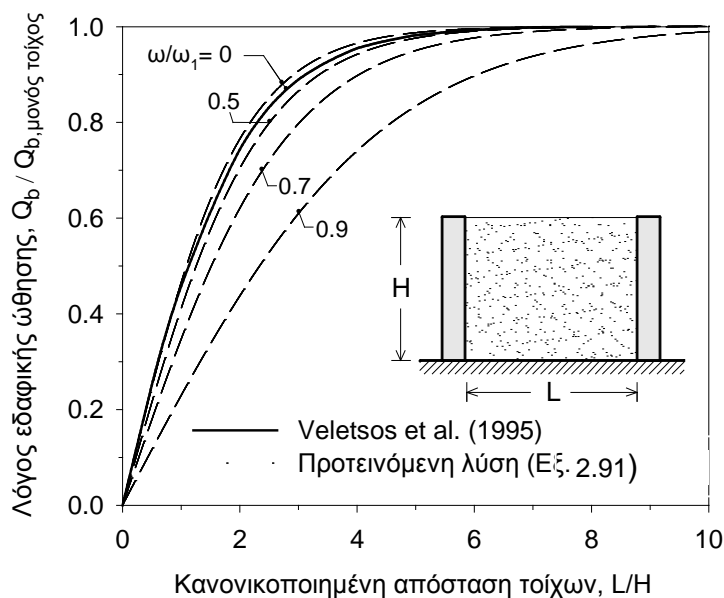
$$\Lambda = \frac{e^{mL} - e^{-mL} - 2}{e^{mL} - e^{-mL}} = \frac{\cosh(mL) - 1}{\sinh(mL)} \quad (2.105)$$

όπου

$$mL = \frac{1}{\psi_e} \sqrt{a_{oc}^2 - a_o^2} \frac{L}{H} = \frac{1}{\psi_e} a_{oc} \sqrt{1 - \left(\omega / \omega_1 \sqrt{1+i\delta} \right)^2} \frac{L}{H} \quad (2.106)$$

Από την Εξ. (2.106) παρατηρείται ότι ο συντελεστής Λ μπορεί να γραφεί ως συνάρτηση του αδιάστατου λόγου L/H και παίρνει φυσιολογικά τις ακραίες τιμές $\Lambda=1$ για $L/H \rightarrow \infty$ και $\Lambda=0$ για $L/H = 0$. Με απλές αντικαταστάσεις προκύπτει η Εξ. (2.107), μέσω της οποίας εκφράζεται η ώθηση στον κάθε τοίχο συναρτήσει της αντίστοιχης ώθησης για στρώμα απεριόριστου μήκους $Q_{b, \text{single}}$. Συνεπώς, όπως στην προηγούμενη ενότητα, η λύση εκφράζεται με τη μορφή ενός απλού αδιάστατου διορθωτικού συντελεστή για τη βασική λύση της Ενότητας 2.3. Η διακύμανση του συντελεστή Λ με τη μεταβολή του λόγου L/H απεικονίζεται στο Σχ. 2.14, για διάφορες τιμές της συχνότητας διέγερσης. Φυσιολογικά, όσο ο λόγος L/H μεγαλώνει η ώθηση τείνει μονοτονικά στη λύση του απεριόριστου στρώματος. Πρακτικά οι δύο λύσεις σχεδόν ταυτίζονται για τιμές του λόγου L/H μεταξύ του 6 (για στατική φόρτιση) και του 10 (κοντά στο συντονισμό)

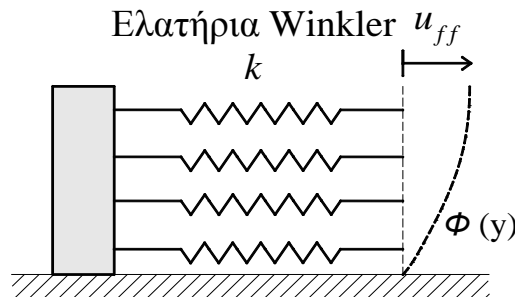
$$Q_b = Q_{b, \text{single wall}} \left[\cosh \left(\frac{1}{\psi_e} \sqrt{a_{oc}^2 - a_o^2} \frac{L}{H} \right) - 1 \right] / \left[\sinh \left(\frac{1}{\psi_e} \sqrt{a_{oc}^2 - a_o^2} \frac{L}{H} \right) \right] \quad (2.107)$$



Σχήμα 2.14 Μεταβολή της ώθησης που ασκείται σε ζεύγος τοίχων συναρτήσει της μεταξύ τους απόστασης; $\nu = 0.3, \delta = 0.1$

3. ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΕΛΑΤΗΡΙΑ WINKLER

Τα πλεονεκτήματα της προτεινόμενης λύσης γίνονται αντιληπτά από την ευκολία με την οποία προσομοιώνει το έδαφος μέσω σειράς από αβαρή οριζόντια ελατήρια Winkler σταθεράς k , τα οποία συνδέουν τον τοίχο με το μακρινό πεδίο u_{ff} , το οποίο κινείται σύμφωνα με τη συνάρτηση σχήματος $\Phi(y)$, όπως φαίνεται στο Σχ. 2.15.



Σχήμα 2.15 Προσομοίωση του εδαφικού στρώματος μέσω ελατηρίων Winkler

Τα ελατήρια αυτά συνήθως εκφράζονται ως ο λόγος των ορθών τάσεων πάνω στον τοίχο προς τη σχετική μετακίνηση του ελεύθερου πεδίου (u_{ff}) σε σχέση με εκείνη του τοίχου (u_{wall}) (Εξ. 2.108). Για ανένδοτο τοίχο ($u_{wall} = 0$), οι ωθήσεις πάνω στον τοίχο είναι ανάλογες μόνο της κίνησης του ελεύθερου πεδίου

$$\sigma_x|_{x=0} = K_s [u_{ff} - u_{wall}] \tag{2.108}$$

Επίσης, οι τάσεις επαφής υπολογίζονται από την Εξ. (2.47). Εκτελώντας τις σχετικές πράξεις και αντικαθιστώντας τη μετακίνηση του ελεύθερου πεδίου από την Εξ. (2.109), η σταθερά των ελατηρίων που προκύπτει δίνεται από την Εξ. (2.110)

$$u_{ff} = -\frac{\mathcal{L}}{a_{oc}^2 - a_o^2} \frac{\rho H^2 \ddot{X}_g}{G(1+i\delta)} \Phi(y) \tag{2.109}$$

$$k = \frac{\sigma_x|_{x=0}}{u_{ff}} = \psi_\sigma \sqrt{a_{oc}^2 - a_o^2} \frac{G}{H} (1+i\delta) \tag{2.110}$$

Η Εξ. (2.109) είναι ανεξάρτητη του βάθους, y και είναι κατάλληλη για συχνότητες διέγερσης μέχρι τη θεμελιώδη ιδιοσυχνότητα του εδαφικού στρώματος. Για συχνότητες μεγαλύτερες της a_{oc} και χαμηλές τιμές της απόσβεσης του υλικού, η λύση γίνεται

$$k \cong \psi_{\sigma} \sqrt{a_o^2 - a_{oc}^2} \frac{G}{H} i \tag{2.111}$$

και εκφράζει ουσιαστικά έναν όρο απόσβεσης με σταθερά $\psi_{\sigma} (a_o^2 - a_{oc}^2)^{1/2} G/H \omega^{-1}$, ο οποίος προκύπτει λόγω της διαφοράς φάσης (90°) ανάμεσα στη σεισμική ώθηση και την απόκριση του ελεύθερου πεδίου. Με δεδομένο το μικρό γενικά πάχος του εδαφικού στρώματος (μεγάλες τιμές a_{oc}), το εύρος των συχνοτήτων που ενδιαφέρει από πρακτικής σκοπιάς είναι πάντοτε μικρότερο από τη θεμελιώδη ιδιοσυχνότητα και η περίπτωση της Εξ. (2.112) έχει μικρό πρακτικό ενδιαφέρον.

Για στατικές συνθήκες ($a_o = \delta = 0$) και για $a_{oc} = \pi / 2$ (ημιτονική συνάρτηση σχήματος), η Εξ. (2.111) απλοποιείται στην Εξ. (2.113), η οποία παρέχει τιμές στιφρότητας ελατηρίων μεταξύ 2.5 και 4 G/H , για τιμές του λόγου Poisson ν στο εύρος 0.25 έως 0.5.

$$k = \frac{\pi}{2} \psi_{\sigma} \frac{G}{H} \tag{2.112}$$

Επίσης πρέπει να σημειωθεί ότι με τον ίδιο απλό τρόπο προκύπτουν οι τιμές των αντίστοιχων ελατηρίων Winkler για την περίπτωση στροφικώς ενδόσιμου τοίχου ή εδαφικού στρώματος πεπερασμένου μήκους. Σε αυτές τις περιπτώσεις, αρκεί να πολλαπλασιαστεί η Εξ. (2.110) με τους συντελεστές που βρίσκονται μέσα στις αγκύλες, στις Εξ. (2.113) και (2.107) αντίστοιχα.

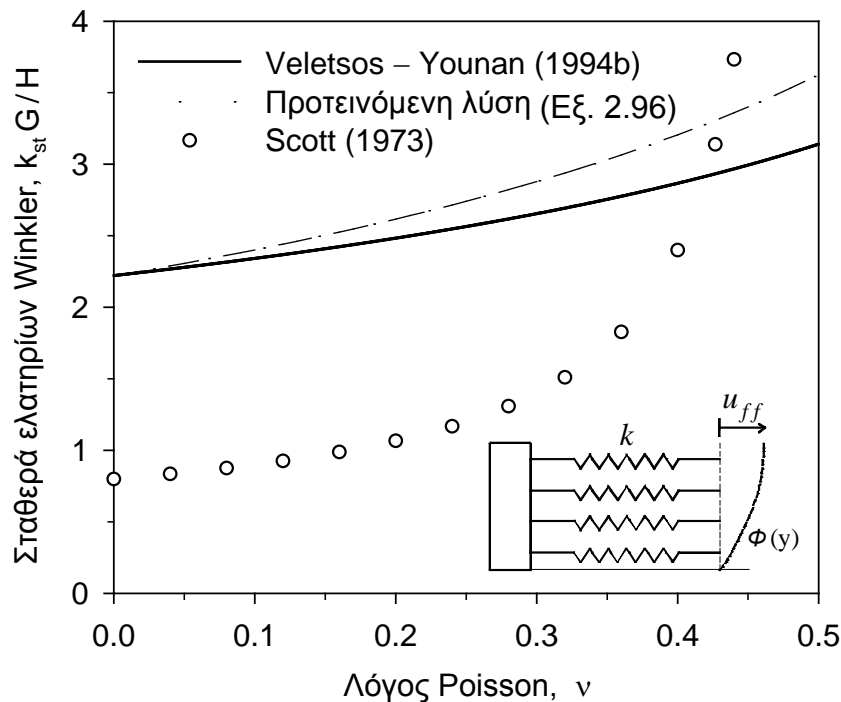
Η συμπεριφορά του προτεινόμενου μοντέλου συγκρίνεται με τα αντίστοιχα μοντέλα των Scott (1973) και Veletsos & Younan (1994b) τα οποία έχουν προκύψει με διαφορετικές μεθοδολογίες. Στο μοντέλο του Scott τα ελατήρια συνδέουν τον τοίχο με μια διατμητική δοκό, η οποία προσομοιώνει την απόκριση του ελεύθερου πεδίου, ενώ τα ελατήρια προκύπτουν ανεξάρτητα της συχνότητας και δε διαθέτουν απόσβεση, όπως φαίνεται από την Εξ. (2.114) (η οποία απειρίζεται για λόγο Poisson $\nu = 0.5$).

$$K_s = \frac{0.8(1-\nu)}{1-2\nu} \frac{G}{H} \tag{2.113}$$

Η λύση Veletsos & Younan έχει προκύψει από ένα διαφορετικό μοντέλο σε σχέση με αυτό που παρουσιάστηκε στην Ενότητα 2.2. Συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκε για την προσομοίωση του εδάφους ημιάπειρη οριζόντια δοκός με κατανεμημένη μάζα, η οποία στηριζόταν σε μια σειρά από αβαρή οριζόντια ελατήρια. Η σταθερά K_n για την απόκριση της οριζόντιας δοκού που υπόκειται σε αρμονική διέγερση δίνεται από την Εξ. (2.114)

$$K_n = \left[\frac{(2n-1)\pi}{2} \right] \psi_o \frac{G}{H} \sqrt{(1+i\delta)(1-\phi_n^2+i\delta)} \tag{2.114}$$

Παρατηρείται ότι για $n = 1$ και στατικές συνθήκες η ($\phi_n = \delta = 0$) η προτεινόμενη λύση (Εξ. 2.112) διαφέρει από τη λύση Veletsos & Younan (Εξ. 2.114) μόνο ως προς το συντελεστή συμπίεστικότητας (ψ_σ αντί του ψ_o). Η σύγκριση των τιμών για τα στατικά ελατήρια Winkler συναρτήσει του λόγου Poisson ν , μεταξύ των τριών λύσεων επιβεβαιώνει τη συμφωνία με τη λύση των Veletsos & Younan (1994b) ειδικά για μικρές τιμές του λόγου ν , ενώ αποδεικνύει το μη ρεαλιστικό χαρακτήρα της λύσης του Scott (1973), η οποία δίνει πολύ χαμηλές τιμές για $\nu < 0.4$ και πολύ μεγάλες καθώς το ν τείνει στο 0.5.



Σχήμα 2.16 Σύγκριση της προτεινόμενης λύσης με τη λύση Veletsos & Younan και Scott, για τη σταθερά των στατικών ελατηρίων Winkler, συναρτήσει του λόγου Poisson, ν

4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στο παρόν Κεφάλαιο παρουσιάστηκε μια απλή ελαστοδυναμική λύση για την απόκριση ανένδοτων και στροφικώς ενδόσιμων τοίχων σε σεισμική φόρτιση. Με βάση τις παρατηρήσεις και τα αποτελέσματα, μπορούν να εξαχθούν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

1. Η προτεινόμενη λύση είναι απλούστερη και πιο εύχρηστη από την αντίστοιχη των Veletsos & Younan (1994), λόγω της κλειστής μορφής της. Το σφάλμα που υπεισέρχεται στη λύση από την προσεγγιστική συνάρτηση Φ είναι αρκετά μικρό ώστε να μην έχει κόστος στην ακρίβεια. Για την περίπτωση του ανένδοτου τοίχου ομοιογενούς εδάφους, οι μέγιστες αποκλίσεις από τη λύση Veletsos & Younan είναι της τάξης του 5% σε ολόκληρο το εύρος συχνοτήτων που εξετάστηκε.

2. Αντίθετα με τη λύση Veletsos & Younan η οποία απαιτεί την επίλυση προβλήματος ιδιοτιμών για την απόκριση του εδαφικού στρώματος και την ορθογωνικότητα των αντίστοιχων ιδιομορφών (διαφορετικά δεν μπορούν να αποσυζευχθούν οι συντελεστές των αναπτυγμάτων των απειροσειρών), η προτεινόμενη λύση δεν υπόκειται σε τέτοιους περιορισμούς, ακόμα και αν εμπλέκονται διαφορετικές συναρτήσεις σχήματος με την έννοια της μεθόδου Ritz. Συνεπώς, η προτεινόμενη μέθοδος είναι γενικότερη αυτής των Veletsos & Younan και μπορεί να ενταχθεί στην οικογένεια των Ενεργειακών Μεθόδων της Μηχανικής του Στερεού. Παρότι τα πιο σύνθετα προβλήματα, όπως η περίπτωση του ανομοιογενούς εδάφους, μπορούν να αναλυθούν εύκολα με αριθμητικές μεθόδους, η χρησιμότητα της προτεινόμενης απλοποιημένης μεθόδου ανάλυσης έγκειται στη φυσική εποπτεία που παρέχει.

3. Για στροφικώς ενδόσιμους τοίχους, η ακρίβεια της προτεινόμενης λύσης σε σύγκριση με τη λύση Veletsos & Younan είναι επίσης εξαιρετική, με μικρή εξαίρεση την περίπτωση της φόρτισης τοίχων μεγάλης ενδοσιμότητας ($d_{\theta} = 1$) υπό μικρές συχνότητες διέγερσης, όπου το σφάλμα προσεγγίζει το 15%. Σε μεγαλύτερες συχνότητες, το σφάλμα είναι μόλις 5%.

4. Η δυναμική ώθηση που αναπτύσσεται σε εδαφικό στρώμα μήκους L , περιορισμένο από ζεύγος τοίχων, είναι γενικώς μικρότερη από ότι σε απεριόριστο στρώμα για όλες τις συχνότητες διέγερσης μικρότερες από τη θεμελιώδη ιδιοσυχνότητα ω_1 , όπως συνήθως ισχύει για τη σεισμική δράση. Οι δύο λύσεις, συγκλίνουν για λόγους διαστάσεων L/H που κυμαίνονται από 6 για στατική φόρτιση έως 10 για δυναμική φόρτιση στο συντονισμό. Για συχνότητες διέγερσης $\omega > \omega_1$ οι δυναμικές ωθήσεις αυξάνονται λόγω των κυμάτων που διαδίδονται οριζόντια στο εδαφικό μέσο.

5. Τα Ελατήρια Winkler που προκύπτουν από τις Εξ. (2.94) και (2.96) υπολογίζονται και εφαρμόζονται πιο εύκολα από τα αντίστοιχα των Veletsos & Younan. Η απόκλιση των δύο λύσεων δεν ξεπερνά το 7%, ενώ η συμπεριφορά της προτεινόμενης λύσης είναι καλύτερη από τη λύση του Scott η οποία υπερεκτιμά σημαντικά τις τιμές των ελατηρίων για μεγάλους λόγους Poisson, ν .

5. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

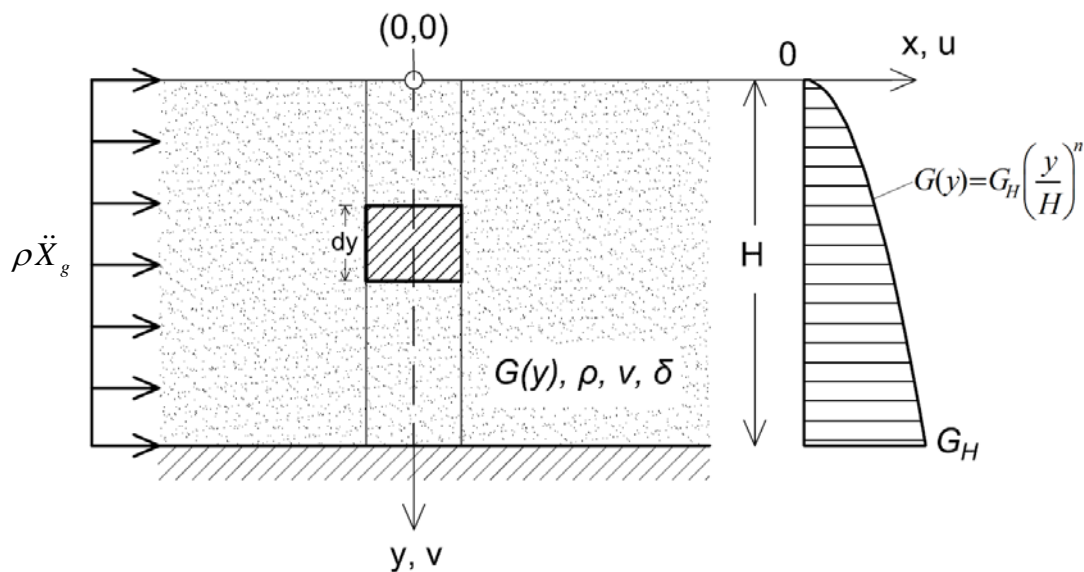
- Κλουκίνας, Π. (2012). "Συμβολή στη Στατική και Δυναμική Ανάλυση Τοίχων Αντιστήριξης μέσω Θεωρητικών και Πειραματικών Μεθόδων", Διδακτορική Διατριβή, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Πατρών.
- Λαγγούσης, Μ. (2005). "Ελαστοδυναμική Λύση για Σεισμικές Ωθήσεις σε Τοίχους Βαρύτητας", Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Πατρών.
- Arias, A., Sanchez-Sesma, F.J. and Ovando-Shelley, E. (1981). "A Simplified Elastic Model for Seismic Analysis of Earth-Retaining Structures with Limited Displacement". *Proc. Int. Conf. on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*. Vol. I, University of Missouri, Rolla, St. Louis, MO, 235-240.
- Clough, R. W. and Penzien, J. (1993). "Dynamics of Structures", 2nd Edition, McGrawHill, Inc., New York.
- Georgiadis, M. and Butterfield, R. (1982). "Laterally Loaded Pile Behaviour", *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, 109(5), pp. 773-775.
- Li, X. (1999). "Dynamic Analysis of Rigid Walls Considering Flexible Foundation", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE*, Vol. 125, No. 9, pp. 803-806.
- Matsuo, H. and Ohara, S. (1960). "Lateral Earth Pressure and Stability of Quay Walls During Earthquakes" *Proceedings of the second World Conference on Earthquake Engineering*, Tokyo and Kyoto, Japan, Vol. 1, pp. 165-181.
- Mylonakis, G. (2001a). "Winkler Modulus for Axially-Loaded Piles", *Geotechnique*, 51(5), 455-461.
- Mylonakis, G. (2001b). "Elastodynamic Model for Large-Diameter End-Bearing Shafts", *Soil Found.*, 41(3), 31-44.
- Ostadan, F. (2005). "Seismic Soil Pressure for Building Walls - An Updated Approach.", *Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. Vol. 25(7-10), 785-793.
- Papazafeiropoulos, G. and Psarropoulos, P. (2010). "Analytical Evaluation of the Dynamic Distress of Rigid Fixed-Base Retaining Systems", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 30(12), pp 1446–1461.

- Scott, R.F. (1973). "Earthquake-Induced Pressures on Retaining Walls", *Proc. of the 5th World Conference on Earthquake Engineering*, Rome, Italy, Vol. II, pp. 1611-1620.
- Tajimi, H. (1969). "Dynamic Analysis of a Structure Embedded in an Elastic Stratum". *Proceedings of the 4th World Conference on Earthquake Engineering*, Santiago, Chile, Vol. III (A-6), 53-69.
- Veletsos, A. S. and Younan, A. H. (1994a). "Dynamic Soil Pressures on Rigid Vertical Walls", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 23(3), 275-301.
- Veletsos A. S. and Younan A. H. (1994b). "Dynamic Modeling and Response of Soil – Wall Systems". *J. Geotech. Engrg.*, 120(12), 2155-2179.
- Veletsos A.S., Parikh, V.H. and Younan A.H. (1995). "Dynamic Response of a Pair of Walls Retaining a Viscoelastic Solid", *Earthquake Engrg. and Struct. Dyn.*, 24(12), 1587-1589.
- Veletsos A. S. and Younan A. H. (1997). "Dynamic Response of Cantilever Retaining Walls", *Journal of Geotech. and Geoenvironmental Engrg*, Vol. 123, No. 2, pp.161-172.
- Vlasov, V.Z. and Leontiev, U.N. (1966). "*Beams, plates and shells on Elastic foundation*" Israel Program for Scientific Translation, Jerusalem (translated from Russian).
- Wood, J.H. (1973). "*Earthquake-Induced Soil Pressures on Structures*", EERL 73-05, Earthquake Engineering Research Laboratory, California Inst. of Technology, Pasadena, CA.
- Wu, G. and Finn, W.D.L. (1999). "Seismic Lateral Design of Rigid Walls", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 36(3), pp. 509-522.
- Younan, A.H. and Veletsos, A.S. (2000). "Dynamic Response of Flexible Retaining Walls", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.29, pp. 1815-1844.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α.

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΔΙΟΜΟΡΦΗΣ ΓΙΑ ΑΝΟΜΟΙΟΓΕΝΗ ΜΕ ΤΟ ΒΑΘΟΣ ΕΔΑΦΙΚΗ ΣΤΡΩΣΗ

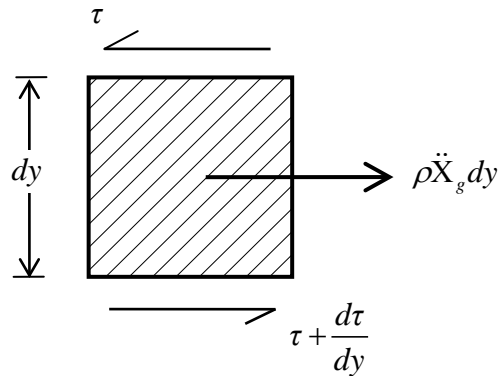
Εξετάζεται ημιάπειρο ιξωδοελαστικό εδαφικό στρώμα ελεύθερο στην άνω επιφάνειά του και δεσμευμένο στην κάτω, το οποίο διεγείρεται από οριζόντια ψευδοστατική δύναμη $\rho \ddot{X}_g$, ομοιόμορφα κατανομημένη καθ' ύψος. Το έδαφος θεωρείται ανομοιογενές με παραβολικά αυξανόμενη με το βάθος σφιρότητα $G(y)$, μηδενική στην επιφάνεια και με μέγιστη τιμή G_H στη βάση του. Οι ιδιότητες του εδάφους ορίζονται από την πυκνότητα ρ , το μέτρο ελαστικότητας $E(y)$, το μέτρο διάτμησης $G(y)$, τον λόγο Poisson ν και τον δείκτη απόσβεσης του εδαφικού υλικού δ , ο οποίος λαμβάνεται ίδιος για διατμητικές και ορθές παραμορφώσεις και είναι ανεξάρτητος της συχνότητας ω . Τέλος, το έδαφος βρίσκεται σε κατάσταση επίπεδης παραμόρφωσης, δηλαδή δεν αναπτύσσει μετακινήσεις εκτός του επιπέδου x - y ($\epsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$).



Σχήμα Α.1: Ψευδοδυναμική διέγερση ανομοιογενούς, απειρομήκους εδαφικού στρώματος.

Στο Σχ. Α.2 απεικονίζεται η εντατική κατάσταση που προκαλείται λόγω μονοδιάστατης διάδοσης εγκάρσιων κυμάτων, σε στοιχειώδες απειροστό στοιχείο του εδάφους. Για την προσήμανση των τάσεων ακολουθείται η σύμβαση της κλασικής Ελαστικότητας (θετικές οι εφελκυστικές ορθές τάσεις σ_x και σ_y με κατεύθυνση αντίθετη προς την κατεύθυνση των θετικών ημιαξόνων x , y , και το αντίστροφο για τις διατμητικές τάσεις τ_{xy} και τ_{yx}). Στο ίδιο

σχήμα φαίνονται οι μεταβολές των τάσεων κατά μήκος του στοιχείου. Επιπλέον των τάσεων επαφής στα άκρα του στοιχείου οφείλουν να ληφθούν υπόψη οι ψευδοδυναμικές φορτίσεις πεδίου, οι οποίες δρουν προς την κατεύθυνση του θετικού άξονα x . Συγκεκριμένα κατά τον άξονα x δρα η ψευδοστατική δύναμη $\rho \ddot{X}_g dy$, η οποία αντιστοιχεί σε δυναμική διέγερσης της βάσης του στρώματος.



Σχήμα Α.2: Εντατική κατάσταση απειροστού στοιχείου εδάφους.

Με βάση το διάγραμμα ελευθέρου σώματος του Σχ. Α.2, καταστρώνεται η εξίσωση ισορροπίας κατά την κατακόρυφη διεύθυνση.

$$\frac{d\tau}{dy} = -\rho \ddot{X}_g \tag{A.1}$$

όπου “ τ ”, η διατμητική τάση που ασκείται στα άκρα του στοιχείου. Λόγω του κανόνα δράσης -αντίδρασης, οι “ τ ” απαλείφονται από την εξίσωση κίνησης και παραμένει στο αριστερό μέλος μόνο πρώτη παράγωγος ως προς y . Στην Εξ. Α.1 αντικαθίσταται η σχέση που περιγράφει τη διατμητική δύναμη (Εξ. (Α.2)). Μετά από απαλοιφή του μέτρου διάτμησης από τον πρώτο όρο στο αριστερό μέλος, η εξίσωση κίνησης παίρνει τη μορφή της Εξ. (Α.3).

$$\tau = G(y) \frac{du(y)}{dy} \tag{A.2}$$

Σημειώνεται ότι η οριζόντια μετατόπιση “ u ” που επιβάλλεται στο μέσο λόγω διάδοσης των εγκάρσιων κυμάτων, αναφέρεται στο απόλυτο σύστημα αναφοράς που φαίνεται στο Σχ. Α.1.

$$\frac{d^2u(y)}{dy^2} + \frac{G'(y)}{G(y)} \frac{du(y)}{dy} = -\frac{\rho \ddot{X}_g}{G(y)} \tag{A.3}$$

Στη σχέση (Α.3) αντικαθίσταται το μέτρο διάτμησης του εδάφους, $G(y) = G_H \left(\frac{y}{H} \right)^n$ και η πρώτη παράγωγος του. Οπότε η διαφορική εξίσωση παίρνει την μορφή της (Α.4).

$$\frac{d^2 u(y)}{dy^2} + \frac{n}{y} \frac{du(y)}{dy} = - \frac{\rho \ddot{X}_g}{G_H \left(\frac{y}{H} \right)^n} \quad (\text{A.4})$$

Πρόκειται για ομογενή διαφορική εξίσωση δευτέρας τάξεως, η οποία επιδέχεται γενική λύση.

$$u(y) = \frac{H^2 \rho \ddot{X}_g}{G_H} \frac{y^2 \left(\frac{y}{H} \right)^{-n}}{2-n} + \frac{C_1 y^{1-n}}{1-n} + C_2 \quad (\text{A.5})$$

Όπου “ C_1 ” και “ C_2 ” οι σταθερές ολοκλήρωσης, οι οποίες προκύπτουν από τις συνοριακές του προβλήματος. Σύμφωνα με αυτές, η οριζόντια μετακίνηση στη βάση του εδαφικού στρώματος όπως και η διατμητική τάση στην επιφάνεια δεν μπορεί παρά να είναι μηδέν.

$$u(H) = 0 \quad (\text{A.6a})$$

και

$$\tau(0) = 0 \quad (\text{A.6b})$$

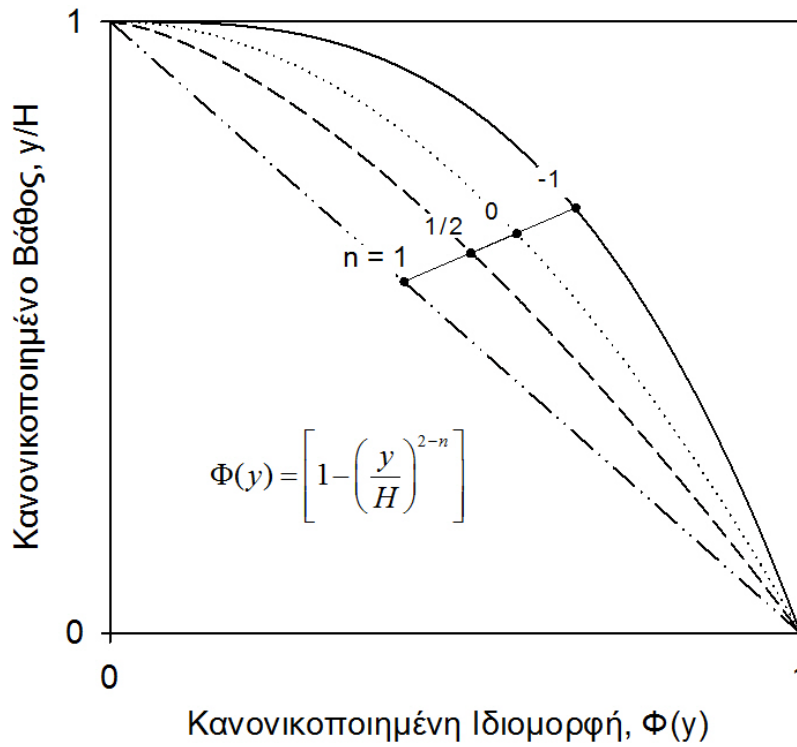
Με αντικατάσταση των (Α6.α-β) στην (Α.5), προκύπτει η γενική λύση της διαφορικής εξίσωσης, η οποία περιγράφει την οριζόντια μετατόπιση του εδάφους λόγω διάδοσης εγκάρσιων διατμητικών κυμάτων στο μέσο.

$$u(y) = \frac{H^2 \rho \ddot{X}_g}{G_H (2-n)} \left[1 - \left(\frac{y}{H} \right)^{2-n} \right] \quad (\text{A.7})$$

Η Εξ. (Α.7) κανονικοποιείται ως προς την οριζόντια μετακίνηση στην επιφάνεια για να προκύψει η κανονικοποιημένη ιδιομορφή του εδαφικού μέσου “ $\Phi(y)$ ”, η οποία έχει φυσική σημασία για κάθε πραγματικό αριθμό n διάφορο του δύο.

$$\Phi(y) = \frac{u(y)}{u(0)} = \left[1 - \left(\frac{y}{H} \right)^{2-n} \right] \tag{A.8}$$

Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζονται οι ιδιομορφές για διάφορα ήδη εδαφικού προφίλ, ανάλογα με τις τιμές που παίρνει ο εκθέτης n.



Σχήμα Α.3: Κανονικοποιημένες ιδιομορφές εδάφους για επιλεγμένες τιμές του εκθέτη n.